

Teoría m cuántica relativista.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,
Civil List y AIAS / UPITEC,

(www.aias.us, www.upitec.org, www.et3m.net, www.archive.org, www.webarchive.org.uk)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se desarrolla la cuantización relativista de la *teoría m* según los lineamientos de la cuantización de Dirac. Utilizando el átomo de hidrógeno como ejemplo, se muestra que la naturaleza del espacio *m* afecta profundamente todos los aspectos de la cuantización: los principales niveles de energía, el efecto Zeeman, el efecto de segundo orden en el potencial vectorial, y la estructura fina debido a la interacción de la órbita y el espín. Por lo tanto, el espectro de un átomo de hidrógeno en un campo gravitacional fuerte sufrirá cambios, y en general habrá correcciones radiativas debidas a la energía del espacio *m*.

Palabras clave: teoría ECE, teoría *m* cuántica relativista.

1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-41] se ha desarrollado la teoría de campo unificado ECE en el espacio con simetría esférica más general posible (*teoría m*) en el nivel clásico, utilizando los tres sistemas dinámicos clásicos y completos: Euler Lagrange, Hamilton y Hamilton Jacobi. Estos sistemas se han visto incrementados por un nuevo sistema de dinámica clásica, el sistema de Evans Eckardt, basado en la constancia del hamiltoniano y del momento angular. En la Sección 2, se desarrolla la cuantización relativista de la *teoría m*, según los conocidos lineamientos de Dirac en el espacio-tiempo plano o de Minkowski. Se espera que en el espacio-tiempo general, con simetría esférica, aparezcan las correcciones radiativas, porque se sabe que la *teoría m* produce a nivel clásico una nueva fuente de energía, la cual no está presente en el espacio-tiempo plano o su límite newtoniano. En documentos precedentes, se ha demostrado que la energía del espacio *m* es precisamente la misma en los sistemas de Euler Lagrange y de Hamilton. En el nivel clásico da lugar a la conexión de espín y es una propiedad del espacio *m*. Un ejemplo del espacio *m* es el espacio de la relatividad general einsteiniana (RGE), en donde la función $m(r)$ es la así llamada función de Schwarzschild. Esto demuestra que la obsoleta RGE da energía a partir de un espacio *m* bien definido. Esta energía da lugar a los conocidos efectos de la relatividad general, por ejemplo desviación de la luz por la gravitación, precesión orbital y demás. También da lugar a las conocidas correcciones radiativas, tales como el factor anómalo g del electrón y el corrimiento de Lamb. La teoría ECE mejora y extiende significativamente la RGE a lo largo de aproximadamente setecientos documentos y libros producidos desde el año 2003, y desarrolla ampliamente la teoría de las correcciones radiativas. La Sección 3 incluye un análisis y desarrollo gráfico por parte del coautor Horst Eckardt.

Este documento constituye una breve sinopsis de extensos cálculos en las Notas de Acompañamiento UFT427 y UFT428 publicadas en el portal www.aias.us. Sólo se utiliza una pequeña parte de estos cálculos en el documento final, y estas Notas debieran de considerarse como parte del documento completo. La Nota 427(1) se ha utilizado para UFT427 en la formulación de Hamilton Jacobi de la *teoría m* en el nivel clásico. La Nota 427(2) es una comparación de las ecuaciones de Hamilton Jacobi y de Schroedinger para la *teoría m*. La Nota 427(3) desarrolla esquemas de cuantización para la *teoría m*. La Nota 427(4) repasa la conocida teoría de Dirac e inicia su desarrollo hacia la *teoría m* cuántica relativista. La Nota 427(5) desarrolla los hamiltonianos de la *teoría m* cuántica relativista, en preparación para futuro trabajo.

2. Cuantización relativista de la *Teoría m*.

Primer repaso de la teoría de Dirac, que aplica en el espacio de Minkowski o en el espacio de ECE2 con torsión y curvatura finitas. El hamiltoniano es:

$$H = E + U \quad (1)$$

donde E es la energía total relativista y U es la energía potencial. Aquí:

$$E = \gamma mc^2 = \left(c^2 p^2 + m^2 c^4 \right)^{1/2} \quad (2)$$

donde el factor de Lorentz es:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v_N^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (3)$$

y donde v_N es la velocidad lineal newtoniana. El momento relativista es:

$$p = \gamma m v_N \quad (4)$$

En el átomo de hidrógeno, la energía potencial entre el electrón y el protón es:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5)$$

donde e es la carga en el protón, ϵ_0 es la permitividad en el vacío y r es la magnitud de la distancia entre el electrón y el protón. Finalmente, c es la velocidad de la luz en el vacío y m es la masa del electrón.

Consideremos:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (6)$$

y lo expresamos como:

$$(E - mc^2)(E + mc^2) = c^2 p^2 \quad (7)$$

Se deduce que:

$$E = \frac{c^2 p^2}{E + mc^2} + mc^2 \quad (8)$$

Utilizando:

$$E = H - U \quad (9)$$

El hamiltoniano puede expresarse como:

$$H = \frac{c^2 p^2}{H - U + mc^2} + mc^2 + U \quad (10)$$

y también se define mediante:

$$H = \gamma mc^2 + U \quad (11)$$

Las conocidas aproximaciones de Dirac son:

$$U \ll E \quad (12)$$

y:

$$H \sim E \sim mc^2 \quad (13)$$

de manera que el hamiltoniano deviene:

$$H = \frac{p^2}{2m} \left(1 - \frac{U}{2mc^2}\right)^{-1} + mc^2 + U, \quad (14)$$

Suponiendo que:

$$U \ll 2mc^2 \quad (15)$$

se deduce que:

$$H \sim \frac{p^2}{2m} \left(1 + \frac{U}{2mc^2}\right) + mc^2 + U \quad (16)$$

Se deduce entonces que el hamiltoniano menos la energía en reposo (el hamiltoniano reducido) es:

$$H_0 := H - mc^2 = \frac{p^2}{2m} \left(1 + \frac{U}{2mc^2}\right) + U \quad (17)$$

y en la aproximación (15) se reduce al hamiltoniano newtoniano:

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + U, \quad (18)$$

Dirac introdujo la base SU(2) para hallar que:

$$H = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \left(1 + \frac{U}{2mc^2}\right) \underline{\sigma} \cdot \underline{p} + mc^2 + U \quad (19)$$

En presencia de un campo magnético, la prescripción mínima da:

$$\underline{p} \longrightarrow \underline{p} - e \underline{A} \quad (20)$$

donde \underline{A} es el potencial vectorial, de manera que

$$H = \frac{1}{2m} \underline{\alpha} \cdot (\underline{p} - e\underline{A}) \left(1 + \frac{U}{2mc^2} \right) \underline{\alpha} \cdot (\underline{p} - e\underline{A}) + mc^2 + U \quad (21)$$

es el conocido hamiltoniano de Dirac. A esta altura, la teoría está cuantizada empleando:

$$\underline{p}\psi = -i\hbar \underline{\nabla}\psi \quad (22)$$

donde ψ es la función de onda.

La teoría de Dirac da los principales niveles de energía del átomo de hidrógeno, el efecto Zeeman, y la estructura fina debida a la interacción del espín orbital, pero da un factor g electrónico exactamente igual a 2 y ningún desplazamiento de Lamb.

En la teoría m , el hamiltoniano (1) deviene:

$$H = m(r_i) \gamma mc^2 + U \quad (23)$$

donde el factor de Lorentz generalizado es:

$$\gamma = \left(m(r_i) - \frac{v_N^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (24)$$

en un sistema de coordenadas definido mediante:

$$r_i = \frac{r}{m(r_i)^{1/2}}, \quad v_N = \frac{v_N}{m(r_i)^{1/2}} \quad (25)$$

Se ha demostrado en documentos inmediatamente precedentes que la teoría m produce:

$$\mathbb{E}^2 = m(r_i) (c^2 p_i^2 + m^2 c^4) \quad (26)$$

de manera que:

$$\left(\mathbb{E} - m(r_i)^{1/2} mc^2 \right) \left(\mathbb{E} + m(r_i)^{1/2} mc^2 \right) = m(r_i) c^2 p_i^2 \quad (27)$$

Se deduce, como en la Nota 427(4), que el hamiltoniano es:

$$H = \frac{m(r_1) c^2 p_1^2}{H - U + m(r_1)^{1/2} m c^2} + m(r_1)^{1/2} m c^2 + U \quad (28)$$

Aplicamos ahora las aproximaciones de tipo Dirac:

$$U \ll E \quad (29)$$

y

$$H \approx E \approx m(r_1)^{1/2} m c^2 \quad (30)$$

A partir de las Ecs. (24) y (30)

$$H \approx m(r_1)^{1/2} \left(1 - \frac{v_N^2}{c^2 m(r_1)}\right)^{-1/2} m c^2 \rightarrow m(r_1)^{1/2} m c^2 \quad (31)$$

si

$$v_{1N} \ll c. \quad (32)$$

Se deduce a partir de la aproximación de tipo Dirac que:

$$H = \frac{m(r_1) c^2 p_1^2}{2m(r_1)^{1/2} m c^2 - U} + m(r_1)^{1/2} m c^2 + U \quad (33)$$

La energía potencial en el marco (r_1, ϕ) es:

$$U = -m(r)^{1/2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} ; = -m(r)^{1/2} U_0 \quad (34)$$

de manera que en el marco (r, ϕ) el hamiltoniano es

$$H = \frac{c^2 p^2}{m(r)^{1/2} (2m c^2 - U_0)} + m(r)^{1/2} (m c^2 + U_0) \quad (35)$$

donde:

$$U_0 = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (36)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano de la teoría m previo a la cuantización es:

$$H = \frac{1}{m(r)^{1/2}} \frac{p^2}{2m} \left(1 - \frac{U_0}{2mc^2}\right)^{-1} + m(r)^{1/2} (mc^2 + U_0) \quad (37)$$

y si

$$U_0 \ll 2mc^2 \quad (38)$$

el hamiltoniano se aproxima mediante:

$$H \approx \frac{1}{m(r)^{1/2}} \frac{p^2}{2m} \left(1 + \frac{U_0}{2mc^2}\right) + m(r)^{1/2} (mc^2 + U_0) \quad (39)$$

En la base SU(2):

$$H = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \left(\frac{1}{m(r)^{1/2}} \left(1 + \frac{U_0}{2mc^2}\right) \right) \underline{\sigma} \cdot \underline{p} + m(r)^{1/2} (mc^2 + U_0) \quad (40)$$

y se reduce correctamente a la teoría de Dirac

$$H \xrightarrow{m(r) \rightarrow 1} \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \left(1 + \frac{U_0}{2mc^2}\right) \underline{\sigma} \cdot \underline{p} + mc^2 + U_0 \quad (41)$$

Q. E. D.

En la teoría de Dirac, el hamiltoniano puede analizarse como la suma:

$$H = mc^2 + U_0 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 \quad (42)$$

donde:

$$H_1 = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} = \frac{p^2}{2m} \quad (43)$$

$$H_2 = -\frac{e}{2m} \left(\underline{\sigma} \cdot \underline{A} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} + \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \right) \quad (44)$$

$$H_3 = \frac{e^2}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \quad (45)$$

$$H_4 = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot (\underline{p} - e\underline{A}) \frac{U_0}{2mc^2} \underline{\sigma} \cdot (\underline{p} - e\underline{A}) \quad (46)$$

La Ec. (43) es la energía cinética de la partícula libre; la Ec. (44) es el hamiltoniano del efecto Zeeman; la Ec. (45) es el hamiltoniano de segundo orden y la Ec. (46) es el hamiltoniano de estructura fina. En teoría m , estos conocidos hamiltonianos de la teoría de Dirac se desarrollan como en la Nota 427(5) en:

$$H = m(r)^{1/2} (m_0^2 c^2 + U_0) + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 \quad (47)$$

donde:

$$H_1 = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \frac{1}{m(r)^{1/2}} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \quad (48)$$

$$H_2 = -\frac{e}{2m} \left(\underline{\sigma} \cdot \underline{A} \frac{1}{m(r)^{1/2}} \underline{\sigma} \cdot \underline{p} + \underline{\sigma} \cdot \underline{p} \frac{1}{m(r)^{1/2}} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \right) \quad (49)$$

$$H_3 = \frac{e^2}{2m} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \frac{1}{m(r)^{1/2}} \underline{\sigma} \cdot \underline{A} \quad (50)$$

$$H_4 = \frac{1}{2m} \underline{\sigma} \cdot \left(\underline{p} - e\underline{A} \right) \frac{U_0}{2m_0^2 c^2 m(r)^{1/2}} \underline{\sigma} \cdot \left(\underline{p} - e\underline{A} \right) \quad (51)$$

Se observa que cada hamiltoniano sufre cambios por parte de $m(r)^{1/2}$. Por lo tanto, la estructura espectral de los átomos y moléculas depende del espacio m y de la función $m(r)$. Por ejemplo, el factor g del electrón ya no es exactamente igual a dos, como en la teoría de Dirac, y debiera de haber un corrimiento de Lamb. En un campo gravitacional muy intenso, rodeado por una atmósfera que contiene átomos y moléculas, sus espectros debieran de cambiarse de varias formas interesantes.

Por ejemplo, los niveles de energía del átomo de hidrógeno sufren cambios a causa de la teoría m . En la teoría de Dirac, estos niveles de energía vienen dados por:

$$H\psi = E\psi \quad (52)$$

donde:

$$H = H_1 + U_0 \quad (53)$$

De manera que:

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (54)$$

y los niveles de energía son los valores esperados:

$$E = \langle H \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} \int \psi^* \nabla^2 \psi d\tau - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \psi^* \frac{1}{r} \psi d\tau = -\frac{\mu e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} \quad (55)$$

donde n es el número cuántico principal:

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (56)$$

y donde la masa reducida del electrón (m_1) y el protón (m_2) es:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (57)$$

Aquí, ψ son las conocidas funciones de onda hidrogenicas utilizadas en varios documentos previos de esta serie.

En la teoría m los niveles de energía del átomo de hidrógeno vienen dados por:

$$H\psi = E\psi \quad (58)$$

donde:

$$H = \frac{1}{2m} \underline{p} \cdot \left(\frac{1}{m(r)^{1/2}} \underline{p} \right) - m(r)^{1/2} U_0 \quad (59)$$

De manera que en la cuantización:

$$H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot \left(\frac{1}{m(r)^{1/2}} \nabla \psi \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m(r)^{1/2}}{r} \psi \quad (60)$$

Se deduce entonces que:

$$H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m m(r)^{1/2}} \nabla^2 \psi - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot \left(\frac{1}{m(r)^{1/2}} \right) \cdot \nabla \psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m(r)^{1/2}}{r} \psi \quad (61)$$

y se reduce correctamente a la teoría de Dirac como sigue:

$$H\psi \xrightarrow{m(r) \rightarrow 1} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi \quad (62)$$

Q. E. D.

Los niveles de energía son los valores esperados:

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{\hbar^2}{2m} \int \psi^* \frac{1}{m(r)^{1/2}} \nabla^2 \psi \, d\tau \\
 &\quad - \frac{\hbar^2}{2m} \int \psi^* \nabla \left(\frac{1}{m(r)^{1/2}} \right) \cdot \nabla \psi \, d\tau \\
 &\quad - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \psi^* \frac{m(r)^{1/2}}{r} \psi \, d\tau
 \end{aligned}$$

(63)

de manera que cada nivel de energía sufre un cambio de un modo diferente, dando lugar a un nuevo tipo de espectroscopía.

Los hamiltonianos se desarrollarán en trabajos futuros.

3. Gráficas y cálculos numéricos.

Se evaluó la energía total del átomo de hidrógeno para diferentes clases de funciones m . La energía total de la teoría m relativista viene dada por la Ec.(63), y consiste de tres partes:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 \quad (64)$$

con

$$E_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \int \psi^* \frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \psi d\tau, \quad (65)$$

$$E_2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \int \psi^* \nabla \left(\frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \nabla \psi d\tau, \quad (66)$$

$$E_3 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \psi^* \frac{m(r)^{\frac{1}{2}}}{r} \psi d\tau. \quad (67)$$

E_1 y E_2 son los términos de energía cinética, mientras que E_3 describe la contribución de la energía potencial. Evaluamos las integrales en la aproximación de emplear las funciones no relativistas del hidrógeno, tal como se obtienen a partir de la ecuación de Schroedinger. Las funciones de onda son un producto de funciones radiales (R_n) y armónicos esféricos (Y_{lm}) como es bien sabido. Omitiendo los índices de número cuántico tenemos

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) Y(\theta, \phi). \quad (68)$$

Los armónicos esféricos cumplen la condición de normalización

$$\int Y^* Y d\omega = 1 \quad (69)$$

para los mismos números cuánticos, donde $d\omega$ es el elemento diferencial de superficie bidimensional. El operador de Laplace ∇^2 en E_1 produce derivadas angulares. Estas pueden separarse de las partes radiales porque el laplaciano es aditivo en su dependencia respecto de coordenadas:

$$\nabla^2 = \nabla_r^2 + \nabla_{\theta,\phi}^2 \quad (70)$$

Por lo tanto, E_1 puede expresarse como

$$E_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \int R^* Y^* \frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} (\nabla_r^2 + \nabla_{\theta,\phi}^2) R Y d\tau \quad (71)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} \int R^* \frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} (\nabla_r^2 R) r^2 dr \quad (72)$$

$$- \frac{\hbar^2}{2m} \int (Y^* \nabla_{\theta,\phi}^2 Y d\omega) R^* \frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} R r^2 dr \quad (73)$$

donde utilizamos la condición de normalización (69). Así, la integración angular puede ejecutarse en forma analítica, mientras que la integración radial puede efectuarse ya sea en forma analítica (si fuese posible) o numérica.

Con respecto de E_2 , la integral contiene un producto de dos gradientes. Debido a que el primer gradiente es igual a cero en los componentes para θ y ϕ , sólo resta un producto de gradientes radiales, dando

$$E_2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \int R^* \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{m(r)^{\frac{1}{2}}} \right) \frac{\partial R}{\partial r} r^2 dr. \quad (74)$$

La energía potencial se simplifica a

$$E_3 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int R^* \frac{m(r)^{\frac{1}{2}}}{r} R r^2 dr. \quad (75)$$

Para una función m constante las integrales pueden resolverse en forma analítica, Utilizando unidades atómicas, el estado de energía base para el hidrógeno es $-1/2$ unidades Hartree. El factor $m(r) := x$ conduce entonces a expresiones de

$$E(n=1) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}, \quad (76)$$

$$E(n=2) = \frac{1}{8\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{4}, \quad (77)$$

$$E(n=3) = \frac{1}{18\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{9}, \quad (78)$$

dando $-1/2$ para $x = 1$, tal como se esperaba, por ejemplo. La dependencia de E respecto de x se representa en la Fig. 1. Las curvas difieren sólo para el número cuántico principal, n . Resulta interesante que todas las curvas tienen el mismo cruce en cero en $x = 0.5$, pero debe de tenerse en mente que el cálculo se efectuó con las funciones de onda sin distorsiones. Para grandes desviaciones de m respecto de 1, las funciones de onda serán diferentes.

Para una m no constante, las integrales radiales deben de evaluarse en forma numérica. Consideramos dos casos principales, donde $m(r) \leq 1$ y $m(r) \geq 1$. Resultó que la función m de tipo Schwarzschild no sirve para estos cálculos porque alcanza valores negativos de m cerca de $r = 0$, lo cual conduce a partes imaginarias de los integrandos. La función exponencial se adapta mucho mejor. Para los dos casos utilizamos:

$$m_1(r) = 2 - \exp\left(\log(2) \exp\left(-\frac{r}{R}\right)\right) \quad \text{for } m(r) \leq 1, \quad (79)$$

$$m_2(r) = \exp\left(\log(2) \exp\left(-\frac{r}{R}\right)\right) \quad \text{for } m(r) \geq 1. \quad (80)$$

Las funciones m de ambos casos se representaron en la Fig. 2. La constante R se emplea como parámetro durante el cálculo. Las energías totales resultantes se representan en las Figs. 3 y 4 para el caso de $m(r) \leq 1$. Para $R = 0$, tenemos los resultados no relativistas de la ecuación de Schroedinger con $m(r) = 1$. Hay un incremento general de las energías a mayores valores de R , es decir, cuando m adopta valores por debajo de 1. Los cambios resultan más significativos para el estado $1s$. Hay una dependencia respecto del número cuántico angular l que no aparece en el caso no relativista, produciendo una estructura fina.

Para $m(r) \geq 1$, el efecto se invierte, y hay una profundización de niveles de energía, nuevamente con una partición de estructura fina. Esto puede observarse en las Figs. 5 y 6. A partir de cálculos de densidad local relativista respecto de energías atómicas de unión, se sabe que las energías de estados de núcleo profundo a menudo resultan demasiado pequeñas. Esto podría insinuar efectos relativistas de la teoría m donde $m(r) > 1$ en la posición del núcleo. A partir de nuestra experiencia en astronomía (estrella S2) es más plausible que $m(r) < 1$ cerca del centro gravitacional. Experiencias adicionales deberán demostrar se existe tal diferencia entre el macro y el microcosmos.

En un cálculo relativista con acoplamiento espín-orbital (teoría de Dirac), los niveles de energía de $2s_{1/2}$ y $2p_{1/2}$ son idénticos. Mediante teoría m , sin embargo, existe una partición de estos niveles que, por lo general, se atribuye a efectos del vacío (corrimiento de Lamb). Por lo tanto, la teoría m pareciera producir la estructura fina más general de los espectros atómicos.

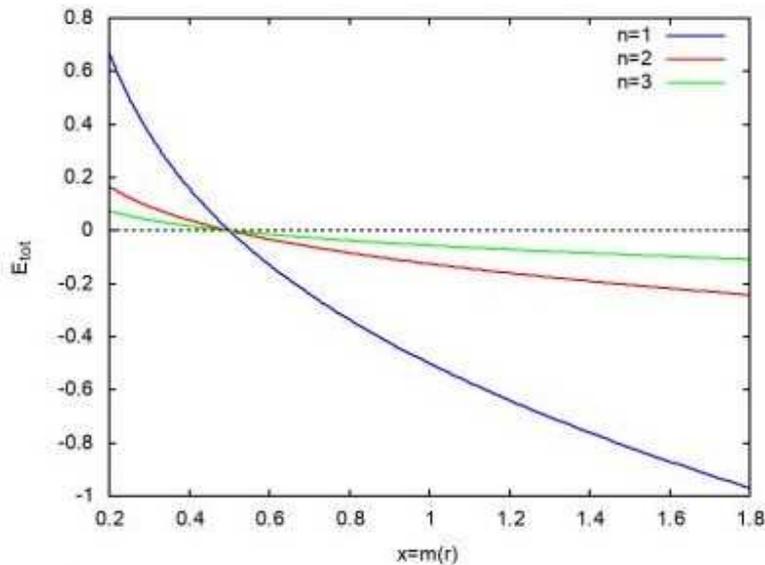


Figura 1: Energía total de H en función de $m(r) = \text{constante}$.

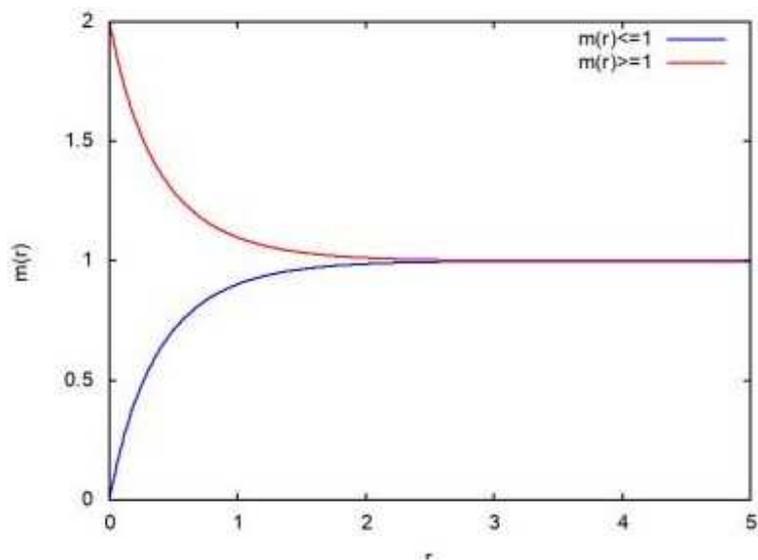


Figura 2: Funciones m del tipo $m(r) \leq 1$ y $m(r) \geq 1$.

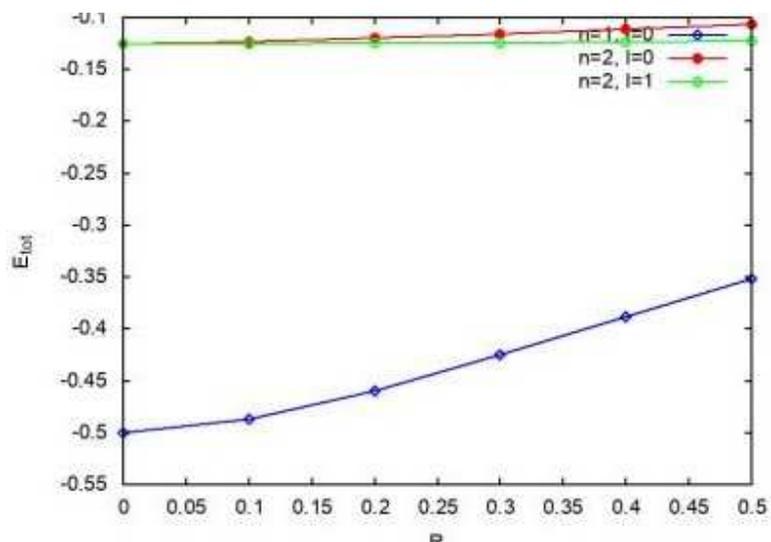


Figura 3: Energía total de H en función de R para $m(r) \leq 1$, $n = 1, 2$.

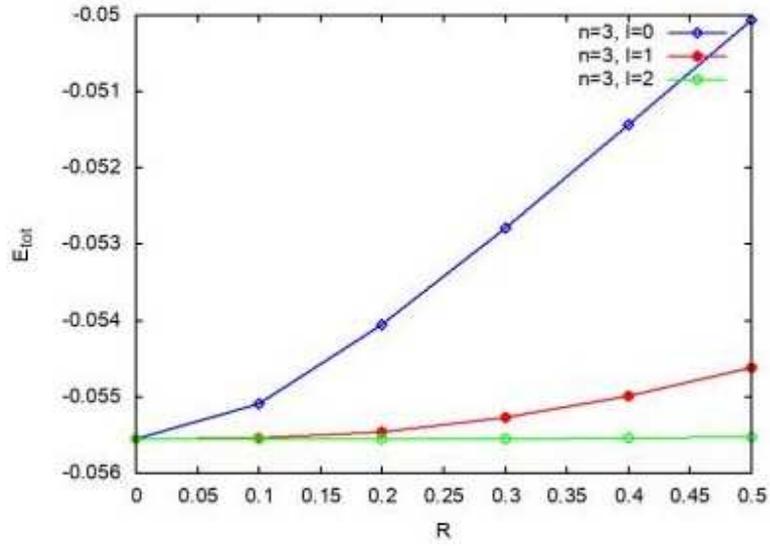


Figura 4: Energía total de H en función de R para $m(r) \leq 1$, $n = 3$.

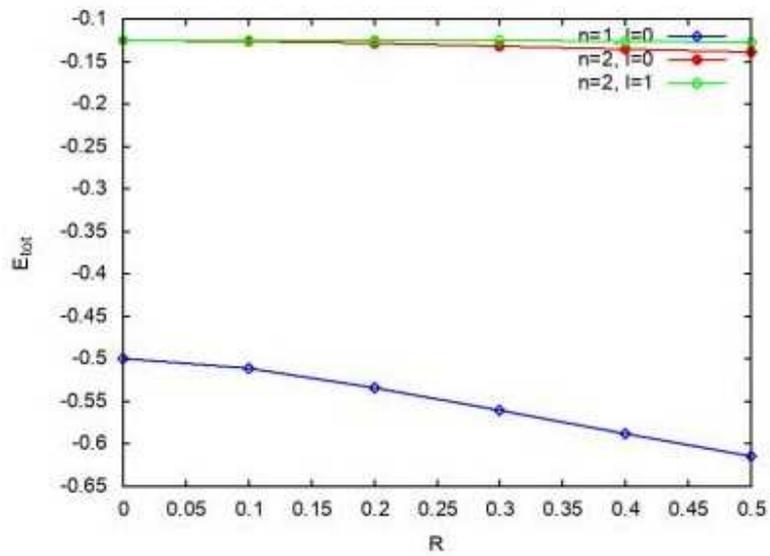


Figura 5: Energía total de H en función de R para $m(r) \geq 1$, $n = 1, 2$.

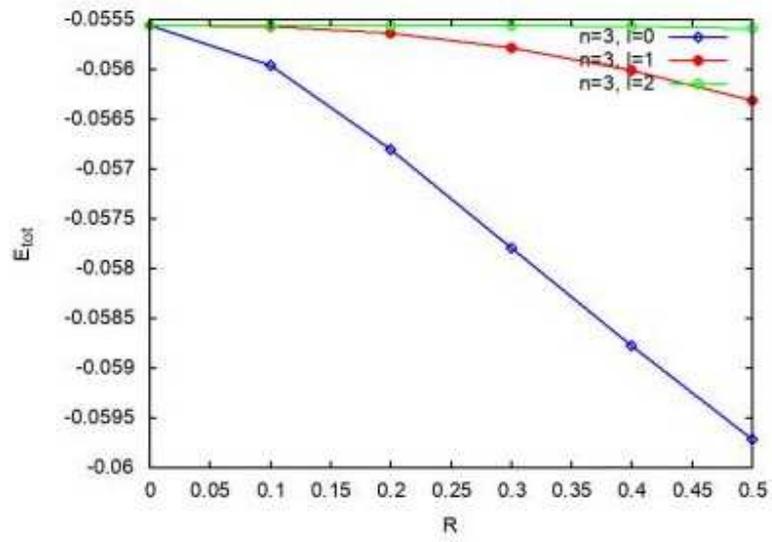


Figura 6: Energía total de H en función de R para $m(r) \geq 1$, $n = 3$.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por la publicación voluntaria, mantenimiento del portal y del programa de retroalimentación de visitas al mismo. Se agradece a Alex Hill por muchas traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire y Michael Jackson por lecturas y preparación de videos en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom, D. J. Crothers y U. E. Bruchholtz, “Principios de la Teoría ECE, Volumen Dos” (ePubli, Berlín 2017).
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principios de la Teoría ECE, Volumen Uno” (New Generation, Londres 2016, ePubli Berlín 2017).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (UFT301 en www.aias.us y Cambridge International 2010).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 - 2011, en siete volúmenes con encuadernación blanda, de libre acceso en varios docs. UFT, portales combinados www.aias.us y www.upitec.org).
- [5] L. Felker, “Las Ecuaciones de Evans de la Teoría del Campo Unificado” (Abramis 2007, de libre acceso como UFT302, traducción castellana por Alex Hill).
- [6] H. Eckardt, “El Modelo de Ingeniería ECE” (de libre acceso como UFT203, ecuaciones reunidas).
- [7] M. W. Evans, “Collected Scientometrics” (de libre acceso como UFT307, New Generation, Londres, 2015).
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field” (World Scientific 2001, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
- [9] M. W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos secciones y seis volúmenes, enc. dura y blanda y como libro electrónico.
- [10] M. W. Evans y J. - P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 1999) en cinco volúmenes, enc. dura y blanda, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
- [11] M. W. Evans, Ed. “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (Cambridge International Science Publishing, 2012, de libre acceso en los portales).
- [12] M. W. Evans, Ed., J. Foundations of Physics and Chemistry (Cambridge International Science Publishing).
- [13] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory (World Scientific 1974).
- [14] G. W. Robinson, S. Singh, S. B. Zhu y M. W. Evans, “Water in Biology, Chemistry and Physics” (World Scientific 1996).
- [15] W. T. Coffey, M. W. Evans, y P. Grigolini, “Molecular Diffusion and Spectra” (Wiley Interscience 1984).
- [16] M. W. Evans, G. J. Evans, W. T. Coffey y P. Grigolini”, “Molecular Dynamics and the Theory of Broad Band Spectroscopy (Wiley Interscience 1982).
- [17] M. W. Evans, “The Elementary Static Magnetic Field of the Photon”, *Physica B*, 182(3), 227-236 (1992).
- [18] M. W. Evans, “The Photon’s Magnetic Field: Optical NMR Spectroscopy” (World Scientific 1993).
- [19] M. W. Evans, “On the Experimental Measurement of the Photon’s Fundamental Static Magnetic Field Operator, $B^{(3)}$: the Optical Zeeman Effect in Atoms”, *Physica B*, 182(3), 237 - 143 (1982).
- [20] M. W. Evans, “Molecular Dynamics Simulation of Induced Anisotropy: I Equilibrium Properties”, *J. Chem. Phys.*, 76, 5473 - 5479 (1982).

- [21] M. W. Evans, "A Generally Covariant Wave Equation for Grand Unified Theory" *Found. Phys. Lett.*, 16, 513 - 547 (2003).
- [22] M. W. Evans, P. Grigolini y P. Pastori-Parravicini, Eds., "Memory Function Approaches to Stochastic Problems in Condensed Matter" (Wiley Interscience, reimpresso 2009).
- [23] M. W. Evans, "New Phenomenon of the Molecular Liquid State: Interaction of Rotation and Translation", *Phys. Rev. Lett.*, 50, 371, (1983).
- [24] M. W. Evans, "Optical Phase Conjugation in Nuclear Magnetic Resonance: Laser NMR Spectroscopy", *J. Phys. Chem.*, 95, 2256-2260 (1991).
- [25] M. W. Evans, "New Field induced Axial and Circular Birefringence Effects" *Phys. Rev. Lett.*, 64, 2909 (1990).
- [26] M. W. Evans, J. - P. Vigié, S. Roy y S. Jeffers, "Non Abelian Electrodynamics", "Enigmatic Photon Volume 5" (Kluwer, 1999)
- [27] M. W. Evans, replica a L. D. Barron "Charge Conjugation and the Non Existence of the Photon's Static Magnetic Field" , *Physica B*, 190, 310-313 (1993).
- [28] M. W. Evans, "A Generally Covariant Field Equation for Gravitation and Electromagnetism" *Found. Phys. Lett.*, 16, 369 - 378 (2003).
- [29] M. W. Evans y D. M. Heyes, "Combined Shear and Elongational Flow by Non Equilibrium Electrodynamics", *Mol. Phys.*, 69, 241 - 263 (1988).
- [30] Ref. (22), impression de 1985.
- [31] M. W. Evans y D. M. Heyes, "Correlation Functions in Couette Flow from Group Theory and Molecular Dynamics", *Mol. Phys.*, 65, 1441 - 1453 (1988).
- [32] M. W. Evans, M. Davies y I. Larkin, Molecular Motion and Molecular Interaction in the Nematic and Isotropic Phases of a Liquid Crystal Compound", *J. Chem. Soc. Faraday II*, 69, 1011-1022 (1973).
- [33] M. W. Evans y H. Eckardt, "Spin Connection Resonance in Magnetic Motors", *Physica B*, 400, 175 - 179 (2007).
- [34] M. W. Evans, "Three Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics", *Phys. Lett. A*, 134, 409 - 412 (1989).
- [35] M. W. Evans, "On the Symmetry and Molecular Dynamical Origin of Magneto Chiral Dichroism: "Spin Chiral Dichroism in Absolute Asymmetric Synthesis" *Chem. Phys. Lett.*, 152, 33 - 38 (1988).
- [36] M. W. Evans, "Spin Connection Resonance in Gravitational General Relativity", *Acta Physica Polonica*, 38, 2211 (2007).
- [37] M. W. Evans, "Computer Simulation of Liquid Anisotropy, III. Dispersion of the Induced Birefringence with a Strong Alternating Field", *J. Chem. Phys.*, 77, 4632-4635 (1982).
- [38] M. W. Evans, "The Objective Laws of Classical Electrodynamics, the Effect of Gravitation on Electromagnetism" *J. New Energy Special Issue* (2006).
- [39] M. W. Evans, G. C. Lie y E. Clementi, "Molecular Dynamics Simulation of Water from 10 K to 1273 K", *J. Chem. Phys.*, 88, 5157 (1988).
- [40] M. W. Evans, "The Interaction of Three Fields in ECE Theory: the Inverse Faraday Effect" *Physica B*, 403, 517 (2008).
- [41] M. W. Evans, "Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics", *Phys. Rev.*, 39, 6041 (1989).