Método de la serie de Taylor tensorial para los efectos del vacío.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,
Civil List y AIAS / UPITEC,

(www.archive.com, www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.upitec.org, www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se define en detalle la serie de Taylor tensorial, y se aplica para computar el efecto de las fluctuaciones del vacío sobre varias leyes de la física. La serie de Taylor tensorial aplica a escalares, y en consecuencia puede utilizarse en forma directa un potencial escalar de cualquier tipo. El efecto del vacío sobre un campo vectorial de fuerza se computa a través de los componentes escalares. El corrimiento de Lamb es un ejemplo del método cuando el potencial escalar es el potencial de Coulomb, y donde las fluctuaciones del vacío producen efecto en el segundo orden en la serie de Taylor. El vacío afecta la ley del cuadrado de la inversa newtoniana en el cuarto y sexto orden en la serie de Taylor. La totalidad de la física puede desarrollarse para tomar en cuenta efectos del vacío mediante el empleo de esta método.

Palabras clave: teoría ECE2, serie de Taylor tensorial, efectos del vacío en física.

1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-41] se ha investigado el efecto de las fluctuaciones del vacío sobre la materia material, utilizando un desarrollo de la conocida teoría del corrimiento de Lamb, en la que se consideran las fluctuaciones del vacío promediado isotrópicamente. El método se aplica en la Sección 2 al potencial de Coulomb, la ley del cuadrado de la inversa newtoniana y la densidad de flujo magnético dipolar. Se infiere una nueva ley, de aplicación general en la física. La física, como se la entiende en la actualidad, es una teoría desarrollada en la hipotética ausencia del vacío. Sin embargo, aquello que de hecho se observa a nivel experimental en cualquier campo de la física siempre incluye la influencia del vacío, el cual por lo tanto siempre debe de tomarse en cuenta. Por ejemplo, las teorías de Schroedinger o de Dirac para el hidrógeno atómico son teorías desarrolladas en ausencia de toda consideración acerca del vacío, y resultan en la degeneración energética de los estados 2S y 2P. El vacío eleva esta degeneración energética, dando el conocido corrimiento de Lamb. La teoría completamente desarrollada debe de incluir el efecto del vacío.

Análogamente, la gravitación universal newtoniana es una teoría desarrollada en ausencia de toda consideración acerca del vacío. En esta teoría, la ley del cuadrado de la inversa de la atracción gravitacional de m y M resulta en una órbita con forma de sección cónica de m alrededor de M, específicamente una órbita elíptica. Sin embargo, lo observado en realidad es una elipse con precesión, y la precesión debe atribuirse al efecto del vacío (también conocido como el éter o el espacio-tiempo). En la Sección 2 se muestra que, luego del promediado isotrópico, el vacío afecta la ley del cuadrado de la inversa en los órdenes cuarto, sexto y superiores en la serie de Taylor tensorial. Por lo tanto, el vacío debe de producir precesión orbital, porque ésta última es aquello que se observa a nivel experimental, como es bien sabido. Finalmente, se considera el efecto del vacío sobre el campo y el potencial magnético dipolar. La teoría, en ausencia del vacío, da una conocida estructura espectral fina e hiperfina, la cual por lo tanto debe ser modificada por el vacío de una manera que pueda medirse en forma experimental.

En todas estas teorías, puede computarse la conexión de espín vectorial de ECE2.

Este documento (UFT397) constituye una breve sinópsis de cálculos detallados incluidos en las Notas de Acompañamiento UFT397, en los portales www.aias.us y www.upitec.org. Las Notas deben de leerse conjuntamente con el documento. La Nota 397(1) (rotulada como 396(1) por motivos históricos, pero anexa a UFT397) proporciona una detallada descripción del significado de la serie de Taylor tensorial, un método muy poderoso y fundamental. La Nota 397(2) aplica la serie de Taylor tensorial a la ley de Coulomb para calcular el corrimiento de Lamb. Esta Nota sirve de base para definir la forma en la que la teoría debe de desarrollarse en otros campos de la física. La Nota 397(3) aplica la teoría a la gravitación universal newtoniana, y la Nota 397(4) la aplica al campo y potencial magnético dipolar, mientras que la Nota 397(5) presenta cálculos numéricos.

La Sección 3 es una descripción de los métodos computacionales utilizados, específicamente los métodos empleados en el promediado isotrópico. La expansión de Taylor tensorial rápidamente adquiere una estructura intrincada, de manera que se requiere de un equipo de cómputo desde una etapa temprana del cálculo.

2. Serie de Taylor tensorial y sus aplicaciones.

Consideremos el efecto de una fluctuación del vacío $\delta \underline{r}$ sobre cualquier función f. La serie de Taylor tensorial, en formato de componentes, es:

$$\Delta f = f(r+\delta r) - f(r) = \frac{\partial f}{\partial r^j}(\delta r)^j + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial r^j \partial r^k}(\delta r)^j(\delta r)^k$$

$$+\frac{1}{3!}\frac{\partial^3 f}{\partial r^j \partial r^k \partial r^l}(\delta r)^j(\delta r)^k(\delta r)^l \tag{1}$$

$$+\frac{1}{4!}\frac{\partial^4 f}{\partial r^j \partial r^k \partial r^l \partial r^m}(\delta r)^j(\delta r)^k(\delta r)^l(\delta r)^m + \ldots$$

en donde hay una sumatoria sobre índices repetidos. Por lo tanto, el primer término es

$$\Delta f^{(1)} = \frac{\partial f}{\partial r^1}(\delta r)^1 + \frac{\partial f}{\partial r^2}(\delta r)^2 + \frac{\partial f}{\partial r^3}(\delta r)^3$$

$$= \delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z} = \delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla} f \tag{2}$$

donde:

$$\delta \underline{r} = \delta X \underline{i} + \delta Y \underline{j} + \delta Z \underline{k} \tag{3}$$

y

$$\underline{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial X}\underline{i} + \frac{\partial f}{\partial Y}\underline{j} + \frac{\partial f}{\partial Z}\underline{k} \tag{4}$$

El segundo término es:

$$\Delta f^{(2)} = \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial r^1 \partial r^k}(\delta r)^1(\delta r)^k + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2 \partial r^k}(\delta r)^2(\delta r)^k + \frac{\partial^2 f}{\partial r^3 \partial r^k}(\delta r)^3(\delta r)^k\right] \tag{5}$$

Se suma ahora sobre el índice k para dar:

$$\begin{aligned}\Delta f^{(2)} = \frac{1}{2!}\Bigg[& \frac{\partial^2 f}{\partial r^1 \partial r^1}(\delta r)^1(\delta r)^1 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^1 \partial r^2}(\delta r)^1(\delta r)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^1 \partial r^3}(\delta r)^1(\delta r)^3 \\ & + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2 \partial r^1}(\delta r)^2(\delta r)^1 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2 \partial r^2}(\delta r)^2(\delta r)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2 \partial r^3}(\delta r)^2(\delta r)^3 \\ & + \frac{\partial^2 f}{\partial r^3 \partial r^1}(\delta r)^3(\delta r)^1 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^3 \partial r^2}(\delta r)^3(\delta r)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial r^3 \partial r^3}(\delta r)^3(\delta r)^3 \Bigg] \\ = \frac{1}{2!}\Bigg[& (\delta X)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} + (\delta X)(\delta Y)\frac{\partial^2 f}{\partial X \partial Y} + (\delta X)(\delta Z)\frac{\partial^2 f}{\partial X \partial Z} \\ & + (\delta Y)(\delta X)\frac{\partial^2 f}{\partial Y \partial X} + (\delta Y)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} + (\delta Y)(\delta Z)\frac{\partial^2 f}{\partial Y \partial Z} \\ & + (\delta Z)(\delta X)\frac{\partial^2 f}{\partial Z \partial X} + (\delta Z)(\delta Y)\frac{\partial^2 f}{\partial Z \partial Y} + (\delta Z)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial Z^2} \Bigg] \\ = & \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z}\right)\left(\delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z}\right) \\ = & (\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})(\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla} f) \\ = & (\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})(\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla}) f := (\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})^2 f \end{aligned} \qquad (6)$$

La notación $(\delta \underline{r} \,.\, \underline{\nabla})^2$ significa " $\delta \underline{r} \,.\, \underline{\nabla}$ operando sobre $\delta \underline{r} \,.\, \underline{\nabla}$ que a su vez opera sobre f ". Habiendo verificado que la serie de Taylor tensorial (1) da la expansión de Taylor vectorial:

$$\begin{aligned} f(\underline{r} + \delta \underline{r}) - f(\underline{r}) = & (\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla}) f(\underline{r}) + \frac{1}{2!}(\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})^2 f(\underline{r}) \\ & + \frac{1}{3!}(\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})^3 f(\underline{r}) + \frac{1}{4!}(\delta \underline{r} \cdot \underline{\nabla})^4 f(\underline{r}) + \ldots \end{aligned} \qquad (7)$$

es posible proceder a la evaluación de términos de orden superior con ayuda de álgebra computacional, y entonces aplicar un promediado isotrópico.

El resultado es un método general y poderoso para calcular el efecto del vacío sobre cualquier función escalar f.

La forma más clara de aplicar el promediado isotrópico es mediante el empleo de los resultados de componentes cartesianos:

$$\langle \delta X \rangle = \langle \delta Y \rangle = \langle \delta Z \rangle = 0, \qquad (8)$$

$$\langle \delta X \delta Y \rangle = \langle \delta X \delta Z \rangle = \langle \delta Y \delta Z \rangle = 0, \qquad (9)$$

$$\langle \delta X^2 \rangle = \langle \delta Y^2 \rangle = \langle \delta Z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle \delta \underline{r} \cdot \delta \underline{r} \rangle \qquad (10)$$

Se deduce entonces que:

$$\langle \Delta f^{(1)} \rangle = \langle \delta X \rangle \frac{\partial f}{\partial X} + \langle \delta Y \rangle \frac{\partial f}{\partial Y} + \langle \delta Z \rangle \frac{\partial f}{\partial Z} = 0 \qquad (11)$$

y

$$\begin{aligned} \langle \Delta f^{(2)} \rangle &= \frac{1}{2!} \left(\langle \delta X^2 \rangle \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} + \langle \delta Y^2 \rangle \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} + \langle \delta Z^2 \rangle \frac{\partial^2 f}{\partial Z^2} \right) \\ &= \frac{1}{6} \langle \delta \underline{r} \cdot \delta \underline{r} \rangle \nabla^2 f. \end{aligned} \qquad (12)$$

Se trata de un resultado muy útil e importante, porque puede cacularse el efecto del vacío sobre cualquier función escalar f hallando el valor de $\langle \delta r \,.\, \delta r \rangle$ para el vacío. Si f es el potencial de Coulomb, la Ec. (12) da una explicación precisa del corrimiento de Lamb, como es bien sabido, de manera que puede resultar muy confiable la aplicación de este método al resto de la física.

El significado de la notación condensada (7) no resulta clara, y nadie utiliza notación tensorial como en la Ec. (1) excepto una minoría de físicos. La notación más clara es, por lo tanto, la notación de componentes. Por ejemplo, en componentes cartesianas:

$$\begin{aligned} \Delta f = {} & \delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z} \\ & + \frac{1}{2!} \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z} \right) \\ & + \frac{1}{3!} \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left[\left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z} \right) \right] \\ & + \frac{1}{4!} \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left[\left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \right. \\ & \left. \left[\left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\delta X \frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial f}{\partial Z} \right) \right] \right] \\ & + \ldots \end{aligned} \qquad (13)$$

y esto puede desarrollarse mediante álgebra computacional, a fin de eliminar posibles errores humanos. Esto se lleva a cabo en la Sección 3.

Si f es el potencial de Coulomb:

$$f = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \tag{14}$$

entre el electrón y el protón en el átomo de hidrógeno, el corrimiento de Lamb puede calcularse con gran exactitud, mediante el uso de la función delta de Dirac, $\delta_D(r)$, como sigue:

$$\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi\delta_D(r). \tag{15}$$

Se deduce a partir de la Ec. (15) que:

$$\langle \Delta\phi^{(2)} \rangle = \frac{1}{6}\langle \delta\underline{r}\cdot\delta\underline{r} \rangle \left\langle \nabla^2\left(\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)\right\rangle \tag{16}$$

en donde el valor esperado es:

$$\left\langle \nabla^2\left(\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)\right\rangle = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0}\int \psi^*(r)\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)\psi(r)\,dr = \frac{e^2}{\epsilon_0}|\psi(0)|^2 \tag{17}$$

donde ψ es la función de onda relevante del hidrógeno atómico. Las funciones de onda de la teoría de Schroedinger se utilizan tal como se comenta en forma más extensa en la Nota 397(5). De manera que el conocido átomo de hidrógeno de Schroedinger es la teoría en ausencia del vacío.

En esta teoría, se utiliza el promediado isotrópico de las fluctuaciones del vacío. El resultado es

$$\langle \Delta f^{(2)} \rangle = \frac{1}{2!}\left\langle \left(\delta X\frac{\partial}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left(\delta X\frac{\partial f}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial f}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial f}{\partial Z}\right)\right\rangle$$
$$= \frac{1}{6}\langle \delta\underline{r}\cdot\delta\underline{r} \rangle \nabla^2 f \tag{18}$$

hasta el segundo orden en la serie de Taylor tensorial, en donde utilizamos:

$$\langle \delta X^2 \rangle = \langle \delta Y^2 \rangle = \langle \delta Z^2 \rangle = \frac{1}{3}\langle \delta\underline{r}\cdot\delta\underline{r} \rangle \tag{19}$$

Los términos de tercer orden de la serie de Taylor tensorial desaparecen durante el promediado isotrópico, pero en el cuarto orden:

$$\left\langle \Delta f^{(4)} \right\rangle = \frac{1}{4!}\left\langle \left(\delta X\frac{\partial}{\partial X}+\delta Y\frac{\partial}{\partial Y}+\delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left[\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X}+\delta Y\frac{\partial}{\partial Y}+\delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left[\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X}+\delta Y\frac{\partial}{\partial Y}+\delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left(\delta X\frac{\partial f}{\partial X}+\delta Y\frac{\partial f}{\partial Y}+\delta Z\frac{\partial f}{\partial Z}\right)\right]\right]\right\rangle \tag{20}$$

De manera que la corrección completa es:

$$\Delta f = \frac{1}{2!}\left\langle \Delta f^{(2)} \right\rangle + \frac{1}{4!}\left\langle \Delta f^{(4)} \right\rangle + \frac{1}{6!}\left\langle \Delta f^{(6)} \right\rangle + \ldots \tag{21}$$

La teoría habitual del corrimiento de Lamb utiliza:

$$\Delta f = \frac{1}{2!}\left\langle \Delta f^{(2)} \right\rangle \tag{22}$$

y la teoría de modos para dar el resultado constante en donde α es la constante de estructura fina

$$\left\langle \delta \underline{r} \cdot \delta \underline{r} \right\rangle = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \log_e \frac{4\epsilon_0 \hbar c}{e^2} = 8\pi\alpha\lambda_c^2 \log_e \frac{1}{\pi\alpha} \tag{23}$$

y

$$\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} \tag{24}$$

es la longitud de onda de Compton del electrón. En el átomo de hidrógeno:

$$\psi_{2S}(0) = \frac{1}{(8\pi a_0^3)^{1/2}} \tag{25}$$

y

$$\psi_{2P}(0) = 0 \tag{26}$$

donde a_0 es el radio de Bohr:

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} = 5.29177 \times 10^{-11}\,m \qquad (27)$$

De manera que el vacío elimina la degeneración de 2S y 2P, dando un resultado que puede medirse experimentalmente con gran precisión. La Nota 397(5) pone cifras en estas fórmulas, para mostrar que el corrimiento de Lamb es un efecto pequeño pero medible:

$$\frac{\langle \delta\mathbf{r}\cdot\delta\mathbf{r}\rangle^{1/2}}{\langle r(2S)\rangle} = 1.611 \times 10^{-4}\ ; \quad \frac{\langle \Delta U\rangle(2S)}{E(2S)} = 6.23 \times 10^{-7} \qquad (28)$$

La anterior es una célebre corrección radiativa para el efecto del vacío. El átomo de hidrógeno de Schroedinger ó Dirac son teorías desarrolladas en una hipotética ausencia del vacío. Sin embargo, el vacío es ubicuo y nunca está ausente. El tema de la física, en su estado actual de desarrollo, considera una hipotética ausencia del vacío.

Consideremos, por ejemplo, la ley del cuadrado de la inversa de Hooke / Newton para la atracción gravitacional entre las masas *m* y *M*:

$$\mathbf{F} = -mMG\frac{\mathbf{r}}{r^3}. \qquad (29)$$

Aquí, *G* es la constante de Newton. Pareciera que la ley fue inferida originalmente por Hooke y de allí en adelante desarrollada ampliamente por Newton. La Ec. (29) no toma en cuenta el efecto del vacío, y en forma de componentes cartesianas es:

$$F_X = -mMG\frac{X}{(X^2+Y^2+Z^2)^{3/2}} \qquad (30)$$

$$F_Y = -mMG\frac{Y}{(X^2+Y^2+Z^2)^{3/2}} \qquad (31)$$

$$F_Z = -mMG\frac{Z}{(X^2+Y^2+Z^2)^{3/2}} \qquad (32)$$

El cambio promediado isotrópicamente en estas componentes debido a fluctuaciones del vacío

$$\underline{r} \longrightarrow \underline{r} + \delta \underline{r} \tag{33}$$

son, a partir de la Ec. (13)

$$\begin{aligned}\langle \Delta F_X \rangle = \Big\langle \frac{1}{2!} \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\delta X \frac{\partial F_X}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial F_X}{\partial Y} \right. \\ \left. + \delta Z \frac{\partial F_X}{\partial Z} \right) + \frac{1}{4!} \left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \Big[\left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \\ \Big[\left(\delta X \frac{\partial}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left(\delta X \frac{\partial F_X}{\partial X} + \delta Y \frac{\partial F_X}{\partial Y} + \delta Z \frac{\partial F_X}{\partial Z} \right) \Big] \Big] \Big\rangle \\ + \ldots \end{aligned} \tag{34}$$

con expresiones similares para $\langle \Delta F_Y \rangle$ y $\langle \Delta F_Z \rangle$.

El cambio en $\underline{F}$ debido al vacío es, por lo tanto:

$$\Delta \underline{F} = \underline{F}(\underline{r} + \delta \underline{r}) - \underline{F}(\underline{r}) = \Delta F_X \underline{i} + \Delta F_Y \underline{j} + \Delta F_Z \underline{k} \tag{35}$$

de manera que:

$$F(\underline{r} + \delta \underline{r}) = -mMG \frac{\underline{r}}{r^3} + \Delta \underline{F} \tag{36}$$

es la fuerza de atracción considerando efectos del vacío, o sea la fuerza entre m y M considerando los efectos del vacío. Tal como se muestra en la Sección 3 mediante el empleo de álgebra computacional, no hay efectos de segundo orden del vacío sobre la ley del cuadrado de la inversa (29), pero sí términos de cuarto y sexto orden, y de órdenes mayores, que corrigen la ley del cuadrado de la inversa por el efecto del vacío. De manera que la órbita elíptica de Newton se ve modificada por efectos del vacío. Es bien sabido que la órbita observada es una elipse con precesión, de manera que el vacío debe de producir una elipse con precesión.. Las fluctuaciones del vacío, luego del promediado isotrópico, deben ser capaces de producir la elipse con precesión para cualquier objeto en el universo. Otras precesiones también deben ser provocadas por el vacío, produciendo así una cosmología completamente nueva.

En rigurosa teoría, la ley de fuerza (36) debe de producir la órbita con precesión, al modificar el conocido método newtoniano. Con el objeto de poder ver cómo puede emerger la precesión, pueden utilizarse los resultados de la Nota 377(4), en donde el lagrangiano ECE2:

$$\mathcal{L} = -mc^2\left(1-\frac{\dot{\mathbf{r}}\cdot\dot{\mathbf{r}}}{c^2}\right)^{1/2} + \frac{mMG}{|\mathbf{r}|} \tag{37}$$

cuando se utiliza con la ecuación de Euler Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{r}} = \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \tag{38}$$

da la ley de fuerza:

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} = -mMG\frac{\mathbf{r}}{r^3}\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)^{3/2} \tag{39}$$

en donde el momento relativista es

$$\mathbf{p} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \gamma m \mathbf{v}_0 \tag{40}$$

y en donde $\underline{v}_0$ es la velocidad newtoniana. En el documento UFT377 se demostró que la Ec. (39) da una órbita con precesión.

En el Sistema Solar:

$$v_0 \ll c \tag{41}$$

de manera que:

$$\mathbf{F} = -\frac{mMG\mathbf{r}}{r^3}\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)^{3/2} \sim -\frac{mMG\mathbf{r}}{r^3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{v_0^2}{c^2}\right) \tag{42}$$

Comparando las Ecs. (36) y (42):

$$\Delta\mathbf{F} = \frac{3}{2}\frac{v_0^2}{c^2}\frac{mMG}{r^3}\mathbf{r} \tag{43}$$

se obtendrrá una órbita con precesión, Q. E. D. En primera instancia, las fluctuaciones promediadas isotrópicamente en el cuarto y sexto orden en la expansión tensorial de Taylor pueden ajustarse a fin de dar la precesión observada experimentalmente. La teoría puede refinarse mediante el empleo de simulaciones computacionales del vacío de tipo Monte Carlo o dinámica molecular para computar las fluctuaciones, suponiendo que el vacío está compuesto por partículas de vacío, tal como ya se ha descrito en documentos previos de la serie UFT.

Finalmente, consideramos el efecto del vacío sobre el conocido potencial vectorial magnético.

$$\underline{A}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\underline{m} \times \underline{r}}{r^3} \tag{44}$$

donde μ_0 es la permeabilidad del vacío y $\underline{m}$ es el momento dipolar magnético. En este caso, la serie de Taylor tensorial se aplica a los tres componentes escalares de $\underline{A}_0$, por ejemplo componentes cartesianos. Tal como se muestra en la Sección 3, el vacío comienza a afectar el potencial vectorial magnético en el cuarto orden de la expansion de Taylor. No hay efectos de segundo orden, pero hay efectos de orden superior, los cuales pueden observarse experimentalmente a través de la estructura espectral fina e hiperfina.

En el modelo establecido de la física, la densidad de flujo magnético $\underline{B}_0$ se define mediante:

$$\underline{B}_0 = \underline{\nabla} \times \underline{A}_0 \tag{45}$$

pero en teoría ECE2:

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A}_0 - \underline{\omega} \times \underline{A}_0 \tag{46}$$

donde $\underline{\omega}$ es la conexión de espín vectorial que define la densidad de flujo del vacío:

$$B(vac) = -\underline{\omega} \times \underline{A}_0 \tag{47}$$

de manera que la tepria ECE2 automáticamente considera la corrección por vacío:

$$\Delta \underline{B}_0 = \underline{B}(vac) = \underline{B} - B_0 \tag{48}$$

A partir de análisis vectorial, la completa densidad de flujo magnético dipolar es:

$$\underline{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left(3 \underline{m} \cdot \frac{\underline{r}\,\underline{r}}{r^2} - \underline{m} \right) \tag{49}$$

que en el sistema de coordenadas cartesianas es:

$$\underline{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(m_X X + m_Y Y + m_Z Z)}{(X^2+Y^2+Z^2)^{5/2}}\left(X\underline{i} + Y\underline{j} + Z\underline{k}\right) - \frac{\left(m_X\underline{i} + m_Y\underline{j} + m_Z\underline{k}\right)}{(X^2+Y^2+Z^2)^{3/2}}\right] \tag{50}$$

Para el componente X, por ejemplo, la corrección debida al vacío es:

$$\begin{aligned}\langle \Delta B_{0X} \rangle = \Bigg\langle & \frac{1}{2!}\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left(\delta X\frac{\partial B_{0X}}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial B_{0X}}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial B_{0Z}}{\partial Z}\right) \\ & + \frac{1}{4!}\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\Bigg[\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right) \\ & \Bigg[\left(\delta X\frac{\partial}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial}{\partial Z}\right)\left(\delta X\frac{\partial B_{0X}}{\partial X} + \delta Y\frac{\partial B_{0X}}{\partial Y} + \delta Z\frac{\partial B_{0X}}{\partial Z}\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg\rangle\end{aligned} \tag{51}$$

y la corrección completa en tres dimensiones es:

$$\langle \Delta \underline{B}_0 \rangle = \langle \Delta B_{0X} \rangle \underline{i} + \langle \Delta B_{0Y} \rangle \underline{j} + \langle \Delta B_{0Z} \rangle \underline{k} \tag{52}$$

Sin embargo, a partir de la Ec. (48):

$$\langle \Delta \underline{B}_0 \rangle = \langle \underline{B}(\text{vac}) \rangle = -\underline{\omega} \times \underline{A}_0 \tag{53}$$

de manera que la densidad de flujo magnético del vacío, promediado isotrópicamente, es:

$$\langle \underline{B}(\text{vac}) \rangle = -\underline{\omega} \times \underline{A}_0 \tag{54}$$

y puede hallarse el vector de la conexión de espín.

Los efectos del vacío aparecen como pequeños corrimientos en el espín espín de la estructura fina e hiperfina, por ejemplo en Resonancia de Espín Electrónica (REE) y en Resonancia Magnética Nuclear (RMN), de manera que pueden medirse experimentalmente.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por la publicación voluntaria, mantenimiento del portal y del programa de retroalimentación de visitas al mismo. Se agradece a Alex Hill por muchas traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire y Michael Jackson por lecturas y preparación de videos en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

[1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom, D. J. Crothers y U. E. Bruchholtz, "Principios de la Teoría ECE, Volumen Dos" (ePubli, Berlín 2017).
[2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "Principios de la Teoría ECE, Volumen Uno" (New Generation, Londres 2016, ePubli Berlín 2017).
[3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (UFT301 en www.aias.us y Cambridge International 2010).
[4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis 2005 - 2011, en siete volúmenes con encuadernación blanda, de libre acceso en varios docs. UFT, portales combinados www.aias.us y www.upitec.org).
[5] L. Felker, "Las Ecuaciones de Evans de la Teoría del Campo Unificado" (Abramis 2007, de libre acceso como UFT302, traducción castellana por Alex Hill).
[6] H. Eckardt, "El Modelo de Ingeniería ECE" (de libre acceso como UFT203, ecuaciones reunidas).
[7] M. W. Evans, "Collected Scientometrics" (de libre acceso como UFT307, New Generation, Londres, 2015).
[8] M .W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field" (World Scientific 2001, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
[9] M . W. Evans y S. Kielich, Eds., "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos secciones y seis volúmenes, enc. dura y blanda y como libro electrónico.
[10] M. W. Evans y J. - P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 1999) en cinco volúmenes, enc. dura y blanda, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
[11] M. W. Evans, Ed. "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (Cambridge International Science Publishing, 2012, de libre acceso en los portales).
[12] M. W. Evans, Ed., J. Foundations of Physics and Chemistry (Cambridge International Science Publishing).
[13] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagneton in Quantum Field Theory (World Scientific 1974).
[14] G. W. Robinson, S. Singh, S. B. Zhu y M. W. Evans, "Water in Biology, Chemistry and Physics" (World Scientific 1996).
[15] W. T. Coffey, M. W. Evans, y P. Grigolini, "Molecular Diffusion and Spectra" (Wiley Interscience 1984).
[16] M. W. Evans, G. J. Evans, W. T. Coffey y P. Grigolini", "Molecular Dynamics and the Theory of Broad Band Spectroscopy (Wiley Interscience 1982).
[17] M. W. Evans, "The Elementary Static Magnetic Field of the Photon", *Physica B*, 182(3), 227-236 (1992).
[18] M. W. Evans, "The Photon's Magnetic Field: Optical NMR Spectroscopy" (World Scientific 1993).
[19] M. W. Evans, "On the Experimental Measurement of the Photon's Fundamental Static Magnetic Field Operator, $B^{(3)}$: the Optical Zeeman Effect in Atoms", *Physica B*, 182(3), 237 - 143 (1982).
[20] M. W. Evans, "Molecular Dynamics Simulation of Induced Anisotropy: I Equilibrium Properties" , *J. Chem. Phys.*, 76, 5473 - 5479 (1982).

[21] M. W. Evans, “A Generally Covariant Wave Equation for Grand Unified Theory” *Found. Phys. Lett.*, 16, 513 - 547 (2003).
[22] M. W. Evans, P. Grigolini y P. Pastori-Parravicini, Eds., “Memory Function Approaches to Stochastic Problems in Condensed Matter” (Wiley Interscience, reimpreso 2009).
[23] M. W. Evans, “New Phenomenon of the Molecular Liquid State: Interaction of Rotation and Translation”, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 371, (1983).
[24] M .W. Evans, “Optical Phase Conjugation in Nuclear Magnetic Resonance: Laser NMR Spectroscopy”, *J. Phys. Chem.*, 95, 2256-2260 (1991).
[25] M. W. Evans, “New Field induced Axial and Circular Birefringence Effects” *Phys. Rev. Lett.*, 64, 2909 (1990).
[26] M. W. Evans, J. - P. Vigier, S. Roy y S. Jeffers, “Non Abelian Electrodynamics”, “Enigmatic Photon Volume 5" (Kluwer, 1999)
[27] M. W. Evans, replica a L. D. Barron “Charge Conjugation and the Non Existence of the Photon’s Static Magnetic Field” , *Physica B*, 190, 310-313 (1993).
[28] M. W. Evans, “A Generally Covariant Field Equation for Gravitation and Electromagnetism” *Found. Phys. Lett.*, 16, 369 - 378 (2003).
[29] M. W. Evans y D. M. Heyes, “Combined Shear and Elongational Flow by Non Equilibrium Electrodynamics”, *Mol. Phys.*, 69, 241 - 263 (1988).
[30] Ref. (22), impression de 1985.
[31] M. W. Evans y D. M. Heyes, “Correlation Functions in Couette Flow from Group Theory and Molecular Dynamics”, *Mol. Phys.*, 65, 1441 - 1453 (1988).
[32] M. W. Evans, M. Davies y I. Larkin, Molecular Motion and Molecular Interaction in the Nematic and Isotropic Phases of a Liquid Crystal Compound”, *J. Chem. Soc.* Faraday II, 69, 1011-1022 (1973).
[33] M. W. Evans y H. Eckardt, “Spin Connection Resonance in Magnetic Motors”, *Physica B.*, 400, 175 - 179 (2007).
[34] M. W. Evans, “Three Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics”, *Phys. Lett. A*, 134, 409 - 412 (1989).
[35] M. W. Evans, “On the Symmetry and Molecular Dynamical Origin of Magneto Chiral Dichroism: “Spin Chiral Dichroism in Absolute Asymmetric Synthesis” *Chem. Phys. Lett*., 152, 33 - 38 (1988).
[36] M. W. Evans, “Spin Connection Resonance in Gravitational General Relativity”, *Acta Physica Polonica*, 38, 2211 (2007).
[37] M. W. Evans, “Computer Simulation of Liquid Anisotropy, III. Dispersion of the Induced Birefringence with a Strong Alternating Field”, *J. Chem. Phys.*, 77, 4632-4635 (1982).
[38] M. W. Evans, “The Objective Laws of Classical Electrodynamics, the Effect of Gravitation on Electromagnetism” *J. New Energy Special Issue* (2006).
[39] M. W. Evans, G. C. Lie y E. Clementi, “Molecular Dynamics Simulation of Water from 10 K to 1273 K”, *J. Chem. Phys.*, 88, 5157 (1988).
[40] M. W. Evans, “The Interaction of Three Fields in ECE Theory: the Inverse Faraday Effect” *Physica B*, 403, 517 (2008).
[41] M. W. Evans, “Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics”, *Phys. Rev*., 39, 6041 (1989).