

## La transformción gravitomagnética de Lorentz en la Teoría ECE2.

por

M. W. Evans y H. Eckardt  
Civil List, AIAS y UPITEC

([www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), , [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com) ,  
[www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net) )

### Resumen.

Las ecuaciones de campo de la teoría ECE2 poseen una pseudo covariancia de Lorentz, y una transformación de Lorentz aplicada a un tensor de campo produce la ecuación de fuerza de Lorentz para el gravitomagnetismo y las leyes gravitomagnéticas de Biot Savart y de Ampere. Estas leyes se aplican a órbitas planas para hallar el campo gravitomagnético de la órbita y la corriente de densidad de masa de la órbita plana. El método es válido en general y puede utilizarse en todas las escalas.

*Palabras clave:* teoría ECE2, transformación de marco de referencia del tensor de campo gravitomagnético, leyes gravitomagnéticas de Biot Savart y Ampere para órbitas plnas.

## 1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-12] se ha iniciado el desarrollo de la teoría ECE2, la cual se infirió a partir de la corrección en el documento UFT313 de la segunda identidad de Bianchi de 1902 para que tomase en cuenta la torsión. En los documentos UFT314 a UFT319, se ha desarrollado la teoría ECE2 con notación vectorial. En este documento se desarrolla la transformación de Lorentz de las ecuaciones de campo gravitomagnéticas para dar la ecuación de fuerza de Lorentz del gravitomagnetismo y las leyes de Biot Savart y Ampere para órbitas planas. Por lo tanto, el campo gravitomagnético puede calcularse para órbitas planas, junto con la corriente de densidad de masa para órbitas planas.

Como es habitual, este documento debiera de leerse conjuntamente con sus notas de acompañamiento, publicadas con el documento UFT320 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). La Nota 320(1) define los tensores de campo del gravitomagnetismo en la teoría ECE2 y define la transformación de Lorentz. Las Notas 320(2) a 320(5) comienzan el desarrollo de la teoría, cuya forma final se alcanza en las Notas 320(6) y 320(7).

En la Sección 2, se calcula en forma directa el campo gravitomagnético responsable de la fuerza centrífuga de las órbitas planas, y se definen las leyes de Biot Savart y Ampere. El campo gravitomagnético responsable de las órbitas planas en general se calcula a partir de la ley de Biot Savart. La ley de Ampere se utiliza para calcular la corriente de densidad de masa para cualquier órbita plana. Los resultados se representan gráficamente y se comentan en la Sección 3.

## 2. Tensores de campo y transformación de Lorentz.

Las ecuaciones de campo para el gravitomagnetismo de la teoría ECE2 son:

$$\partial_{\mu} \bar{G}^{\mu\nu} = 0 \quad (1)$$

y

$$\partial_{\mu} G^{\mu\nu} = J^{\nu} \quad (2)$$

donde, en unidades del S. I.:

$$\bar{G}^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -c\Omega^1 & -c\Omega^2 & -c\Omega^3 \\ c\Omega^1 & 0 & g^3 & -g^2 \\ c\Omega^2 & -g^3 & 0 & g^1 \\ c\Omega^3 & g^2 & -g^1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

y

$$G^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -g^1 & -g^2 & -g^3 \\ g^1 & 0 & \Omega^3 & \Omega^2 \\ g^2 & c\Omega^3 & 0 & -c\Omega^1 \\ g^3 & -c\Omega^2 & c\Omega^1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

En estas ecuaciones,  $\underline{g}$  denota el campo gravitacional y  $\underline{\Omega}$  el campo gravitomagnético. Estas ecuaciones poseen la misma estructura que aquellas del campo electromagnético de la teoría ECE2, con la suposición de que desaparece la densidad de carga / corriente magnética. Por lo tanto, se supuso en las Ecs. (1) a (4) la desaparición de la densidad de corriente / carga gravitomagnética. La notación de índice contravariante significa que:

$$\begin{aligned} g^1 &= g_x, & g^2 &= g_y, & g^3 &= g_z \\ \Omega^1 &= \Omega_x, & \Omega^2 &= \Omega_y, & \Omega^3 &= \Omega_z \end{aligned} \quad (5)$$

La transformación de Lorentz de los tensores de campo da el resultado:

$$\underline{g}' = \gamma \left( \underline{g} + \underline{v} + \underline{\Omega} \right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \frac{\underline{v}}{c} \left( \frac{\underline{v}}{c} \cdot \underline{g} \right) \quad (6)$$

$$\underline{\Omega}' = \gamma \left( \underline{\Omega} - \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{g} \right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \frac{\underline{v}}{c} \left( \frac{\underline{v}}{c} \cdot \underline{\Omega} \right) \quad (7)$$

donde  $\gamma$  es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (8)$$

El índice primado indica el marco de referencia en el que se mueve la partícula, de manera que en teoría orbital es el marco del observador. Por ejemplo, para la ley del cuadrado de la inversa de Hooke / Newton se observa una órbita de sección cónica, como es bien sabido. En el marco en reposo:

$$\underline{v} = \underline{0}. \quad (9)$$

Las Ecs. (6) y (7) poseen paralelos exactos en electrodinámica:

$$\underline{E}' = \gamma (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) - \frac{\gamma^2}{1+\gamma} \frac{\underline{v}}{c} \left( \frac{\underline{v}}{c} \cdot \underline{E} \right) \quad (10)$$

y

$$\underline{B}' = \gamma \left( \underline{B} - \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} \right) - \frac{\gamma^2}{1+\gamma} \frac{\underline{v}}{c} \left( \frac{\underline{v}}{c} \cdot \underline{B} \right) \quad (11)$$

donde  $\underline{E}$  es la fuerza de campo eléctrico, en unidades de voltios por metro, y  $\underline{B}$  es la densidad de flujo magnético, en unidades de tesla.

En el límite no relativístico:

$$\underline{v} \ll c, \quad \gamma \rightarrow 1 \quad (12)$$

y la fuerza gravitacional de Lorentz es:

$$\underline{F} = m \left( \underline{g} + \underline{v} \times \underline{\Omega} \right). \quad (13)$$

Tal como se discutió en detalle en las Notas 320(1) y 320(7), la velocidad orbital en coordenadas polares cilíndricas de una masa  $m$  atraída hacia una masa  $M$  es, en general:

$$\underline{v} = \dot{r} \underline{e}_r + \underline{\omega} \times \underline{r} = \dot{r} \underline{e}_r + \omega r \underline{e}_\theta \quad (14)$$

donde los vectores unitarios del sistema polar cilíndrico se definen [1-12] mediante:

$$\begin{aligned} \underline{e}_r &= \underline{e}_\theta \times \underline{k} \\ \underline{e}_\theta &= \underline{k} \times \underline{e}_r \\ \underline{k} &= \underline{e}_r \times \underline{e}_\theta \end{aligned} \quad (15)$$

Para una órbita plana [1-12], la aceleración en general es:

$$\underline{a} = \ddot{r} \underline{e}_r - \omega^2 r \underline{e}_r = \ddot{r} \underline{e}_r - \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) \quad (16)$$

Aquí,  $\underline{r}$  es el vector radial definido por:

$$\underline{r} = r \underline{e}_r \quad (17)$$

y

$$\underline{\omega} = \omega \underline{k} \quad (18)$$

es el vector de velocidad angular perpendicular al plano:

$$\underline{\omega} = \omega \underline{k} = \frac{d\theta}{dt} \underline{k} \quad (19)$$

Esta suposición se efectúa para teoría orbital bidimensional, pero en teoría orbital tridimensional emerge una estructura más rica [1-12]. Por lo tanto, la fuerza orbital plana es:

$$\underline{F} = m\underline{g} - \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) = -\frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r \quad (20)$$

donde  $G$  es la constant de Newton. Esta es la ecuación de Leibnitz de 1689 para las órbitas, aun empleada hoy día en un contexto newtoniano. La ecuación de fuerza orbital puede expresarse como:

$$\underline{F} = m\underline{g} + \underline{v}_{rot} \times \underline{\omega} \quad (21)$$

donde:

$$\underline{v}_{rot} = \underline{\omega} \times \underline{r}. \quad (22)$$

Resulta claro que la ecuación de fuerza orbital es la ecuación de fuerza de Lorentz (13) si:

$$\underline{n} = \underline{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \underline{k} \quad (23)$$

y

$$\underline{v} = \underline{v}_{rot} = \underline{\omega} \times \underline{r} \quad (24)$$

que es el campo gravitomagnético responsable de la fuerza centrífuga en cualquier órbita plana. La velocidad del marco en rotación, con respecto al marco fijo, es la velocidad orbital lineal, la conocida ecuación:

$$\underline{v}_{rot} = \underline{\omega} \times \underline{r} \quad (25)$$

En el límite no relativista las transformaciones electromagnéticas de Lorentz son:

$$\underline{E}' = \underline{E} + \underline{v} \times \underline{B} \quad (26)$$

$$\underline{B}' = \underline{B} - \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} \quad (27)$$

y las transformaciones gravitomagnéticas de Lorentz son:

$$\underline{g}' = \underline{g} + \underline{v} \times \underline{\Omega} \quad (28)$$

$$\underline{\Omega}' = \underline{\Omega} - \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{g} \quad (29)$$

En estas ecuaciones los símbolos primados indican el campo en el marco de referencia del observador, en el cual la velocidad de una carga o una masa es distinta de cero.

Es bien sabido [1-12] que la definición fundamental de la densidad de flujo magnético  $\underline{B}$ , la ley de Biot Savart, se obtiene a partir de la Ec. (27) con:

$$\underline{B} = \underline{0} \quad (30)$$

una ecuación que significa que no hay campo magnético en el marco en reposo, el marco en el que la carga eléctrica no se mueve. La ley electromagnética de Biot Savart es, por lo tanto:

$$\underline{B}' = - \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} \quad (31)$$

en unidades del S. I.. El primado en la Ec. (31) significa que la ley se expresa en el marco del observador, el marco en el cual la velocidad  $\underline{v}$  de la carga eléctrica es distinta de cero. En los libros de texto de electrodinámica se omite el primado, y la ley de Biot Savart deviene:

$$\underline{B} = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} \quad (32)$$

Es bien sabido [1-12] que la ley de Biot Savart puede expresarse como:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = \mu_0 \underline{J} \quad (33)$$

que es la Ley de Ampere de la magnetostática, que describe la densidad de flujo magnético generada por una envolvente de corriente con cualquier forma. Resulta entonces que:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = -\frac{1}{c^2} \underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{E}) = \mu_0 \underline{J} \quad (34)$$

de manera que la densidad de corriente de la electrodinámica es:

$$\begin{aligned} \underline{J} &= -\frac{1}{\mu_0 c^2} \underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{E}) \\ &= -\epsilon_0 \underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{E}) \end{aligned} \quad (35)$$

Aquí:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{E}) = \underline{v} (\underline{\nabla} \cdot \underline{E}) - (\underline{\nabla} \cdot \underline{v}) \underline{E} + (\underline{E} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v} - (\underline{v} \cdot \underline{\nabla}) \underline{E} \quad (36)$$

La cuatro-densidad de corriente de carga electromagnética es:

$$\underline{J}'^{\mu} = (c\rho, \underline{J}) \quad (37)$$

De una manera precisamente análoga, la ley gravitomagnética de Biot Savart es:

$$\underline{\Omega} = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{g} \quad (38)$$

y es equivalente a:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\Omega} = \frac{4\pi G}{c^2} \underline{J}_m \quad (39)$$

donde la densidad de masa / corriente gravitomagnética es:

$$\underline{J}_m = -\frac{1}{4\pi G} \underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{g}). \quad (40)$$

Por lo tanto:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\Omega} = -\frac{1}{c^2} \underline{\nabla} \times (\underline{v} \times \underline{g}) = \frac{4\pi G}{c^2} \underline{J}_m \quad (41)$$

y la densidad de corriente de masa es:

$$\begin{aligned} \underline{J}_m &= -\frac{1}{4\pi G} \left( \underline{v} (\underline{\nabla} \cdot \underline{g}) - (\underline{\nabla} \cdot \underline{v}) \underline{g} + (\underline{g} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v} - (\underline{v} \cdot \underline{\nabla}) \underline{g} \right) \quad (42) \\ &= \frac{c^2}{4\pi G} \underline{\nabla} \times \underline{\Omega}. \end{aligned}$$

Ahora utilizamos:

$$\underline{\Omega}^2 = \frac{1}{c^4} \underline{v} \times \underline{g} \cdot \underline{v} \times \underline{g} = \frac{1}{c^4} \left( v^2 g^2 - (\underline{v} \cdot \underline{g})^2 \right). \quad (43)$$

Las Ecs. (38) y (43) pueden utilizarse con cualquier tipo de teoría orbital, y evaluarse  $\underline{J}_m$  para cualquier órbita.

Para la ley del cuadrado de la inversa:

$$\underline{g} = -\frac{MG}{r^2} \underline{e}_r \quad (44)$$

La órbita en coordenadas polares planas es la sección cónica:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (45)$$



y la velocidad orbital es:

$$\underline{v} = \frac{dr}{dt} \underline{e}_r + wr \underline{e}_\theta. \quad (46)$$

El cuadrado de la velocidad orbital es:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = MG \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \quad (47)$$

Donde, por ejemplo, el semieje mayor de una elipse es:

$$a = \frac{\alpha}{1 - \epsilon^2} \quad (48)$$

Aquí,  $\alpha$  es la semilatus recta y  $\epsilon$  es la excentricidad. Se incluyen algunos ejemplos del campo gravitomagnético orbital en la Sección 3.

### 3. Análisis gráfico de los campos gravitomagnéticos orbitales.

El campo gravitomagnético y la densidad de corriente gravitomagnética  $J_m$  han sido calculados para una órbita elíptica en un plano. A partir de las Ecs.(38, 40) tenemos

$$\underline{h} = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{g} \quad (49)$$

$$\underline{J}_m = \frac{1}{4\pi G} \nabla \times (\underline{v} \times \underline{g}). \quad (50)$$

Utilizando coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, Z)$  en un plano X-Y, tenemos para la ley de Newton de la gravitación:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \frac{dr}{dt} \\ wr \\ 0 \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$\underline{g} = \begin{pmatrix} -\frac{MG}{r^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (52)$$

como se describió en la Sección 2. La velocidad angular  $\omega$  no es constante pero también depende de las coordenadas. Por lo tanto, utilizamos

$$\omega = \frac{L}{mr^2} \quad (53)$$

como se sabe de trabajos previos para secciones cónicas con momento angular

$$L = m \sqrt{\alpha GM} \quad (54)$$

La derivada temporal de  $r$  puede expresarse mediante

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \omega \quad (55)$$

La órbita elíptica viene dada por

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (56)$$

a partir de la cual obtenemos

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\epsilon r^2 \sin \theta}{\alpha} \quad (57)$$

Insertando esto en la Ec.(51) se obtiene

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \frac{\epsilon \omega r^2 \sin \theta}{\alpha} \\ \omega r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (58)$$

y

$$\underline{v} \times \underline{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\omega GM}{r} \end{pmatrix} \quad (59)$$

A partir de las Ecs.(49) y (56) se deduce

$$\underline{\Omega} = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{wGM}{c^2 r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\alpha} G^{3/2} M^{3/2}}{c^2 r^3} \end{pmatrix} \quad (60)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{(E \cos \vartheta + 1)^3 G^{3/2} M^{3/2}}{\alpha^{5/2} c^2} \end{pmatrix}$$

y a partir de las Ecs. (39,50)

$$\underline{J}_m = \frac{c^2}{4\pi G} \nabla \times \underline{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{wM}{4\pi r^2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3\sqrt{\alpha} G M^{3/2}}{4\pi r^4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{3(E \cos \vartheta + 1)^4 \sqrt{G} M^{3/2}}{4\pi \alpha^{7/2}} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (61)$$

En la Fig. 1 se representan las componentes de velocidad, incluyendo el módulo  $|v|$  para una órbita elíptica con parámetros unitarios y  $\varepsilon = 0.3$ . Como habría de esperarse, la parte radial de la velocidad lineal oscila y varía la componente radial. El módulo se determina principalmente a través de la componente angular y resulta mínima en el afelio ( $\theta = \pi$ ).

En la Fig. 2 se representan tanto  $\Omega_z$  como  $J_{m\theta}$ . Los valores absolutos de sus máximos y mínimos corresponden a aquellos de la velocidad lineal (nótese que tanto  $\Omega_z$  como  $J_{m\theta}$  son ambos negativos). Para comparaciones directas,  $J_{m\theta}$  se ha estirado de manera que se ajuste a los puntos extremos de  $\Omega_z$ . Puede observarse que la densidad de corriente posee una variación angular mayor porque su dependencia radial es proporcional a  $1/r^4$  mientras que  $\Omega_z$  exhibe solamente una dependencia proporcional a  $1/r^3$ .

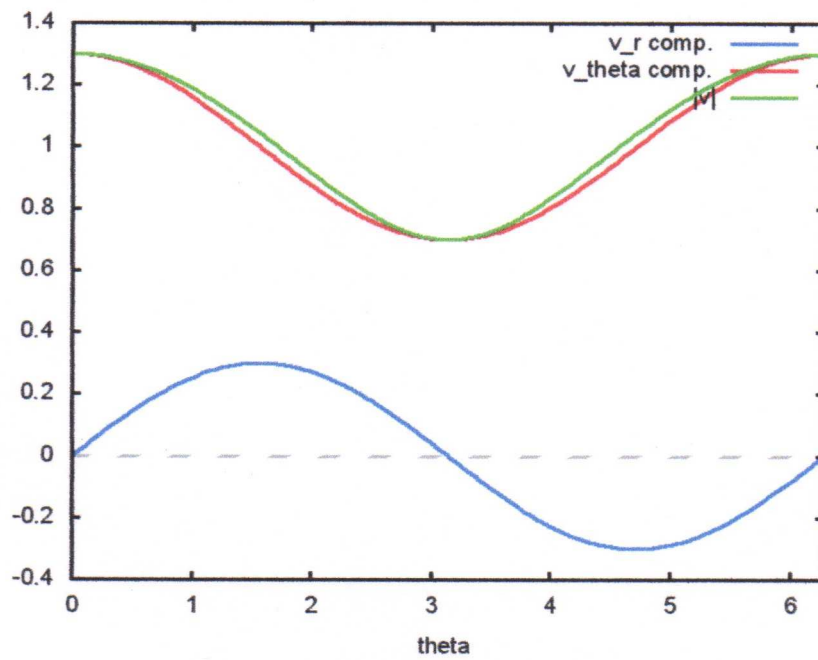


Figura 1: Componentes de velocidad  $v_r$ ,  $v_\theta$  y  $|v|$  para una órbita elíptica.

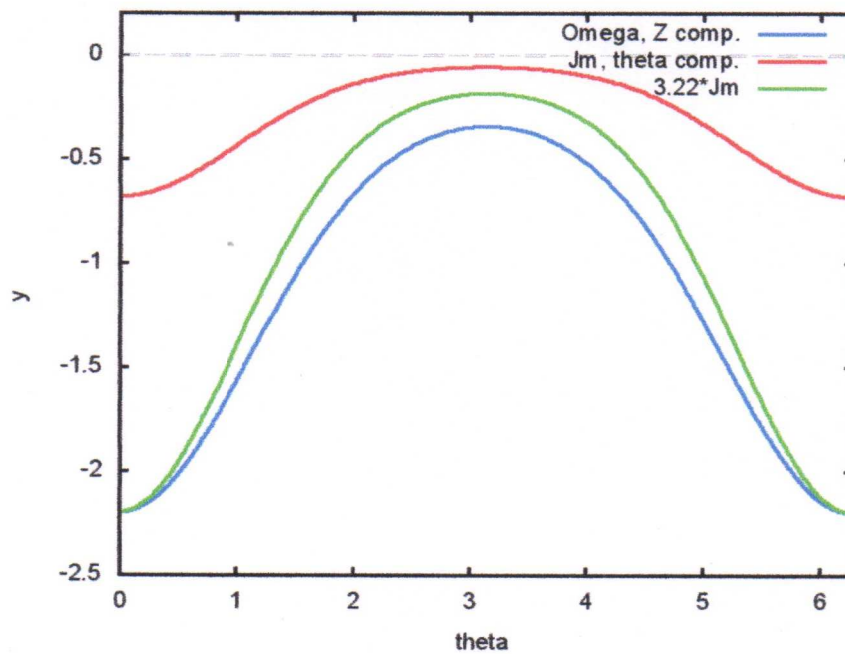


Figura 2: Componente de la fuerza de Lorentz  $\Omega_Z$ , componente de corriente  $J_{m\theta}$  y corriente re-escalada para una órbita elíptica.

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al personal técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por el mantenimiento al portal, programas de retroalimentación y publicaciones en red, a Alex Hill por las traducciones y grabaciones en idioma castellano y a Robert Cheshire por las grabaciones en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M .W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principles of ECE Theory” (UFT281 a UFT288 y New Generation, Londres, 2015, en prep.).
- [2] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us), Cambridge International Science Publishing, CISP, 2011).
- [3] M .W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of the Einstein Field Equation” (CISP 2012 y de libre acceso en el portal, [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [4] M .W. Evans, “Collected Scientometrics” (UFT307 y New Generation Publishing, Londres, 2015).
- [5] H. Eckardt, “Engineering Model” (UFT303 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [6] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Definitive Criticisms of the Einstein Field Equation” (UFT301 y CISP 2010).
- [7] M .W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis Academic, Suffolk, 2005 a 2011 y de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)), en siete volúmenes.
- [8] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis Academic 2007 y UFT302). Hay traducción por Alex Hill al idioma castellano, de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).
- [9] M .W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001, de libre acceso en la Sección Omnia Opera en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us))
- [10] M .W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [11] M . W. Evans y J.-P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002 y de libre acceso en la Sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)) en cinco volúmenes, con encuadernación dura y blanda.
- [12] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).