

# Solución analítica del problema gravitacional para el caso de $N$ partículas: Teorema de Stokes y circulación orbital.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,

Civil List y AIAS,

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com), [www.upitec.org](http://www.upitec.org),  
[www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen

El problema gravitacional para el caso de  $N$  partículas se resuelve analíticamente mediante la aproximación aditiva en pares. Se ilustra la solución para tres partículas en interacción, y se utiliza el Teorema de Stokes para introducir el concepto de circulación orbital. Se demuestra en forma numérica que la circulación orbital es distinta de cero para todas las secciones cónicas y secciones cónicas con precesión, con la excepción de las órbitas circulares. En consecuencia, la órbita circular podría emplearse para la caracterización de todas las órbitas conocidas en el campo de la cosmología.

*Palabras clave:* Límite clásico de la teoría ECE, solución del problema gravitacional para  $N$  partículas, circulación orbital.

## 1. Introducción.

Recientemente, en esta serie de documentos [1 – 10] acerca de las aplicaciones de la teoría ECE, se ha refutado la relatividad general einsteiniana (RGE) en varias formas y se la ha remplazado por una relatividad basada en la métrica restringida de Minkowski. En el límite clásico de esta nueva relatividad se ha demostrado que todas las características de las precesión planetaria pueden explicarse en forma directa mediante la ecuación de la sección cónica con precesión, y se han descubierto una gran cantidad de nuevas propiedades en términos de la constante  $x$  de precesión. Se ha demostrado que todas las órbitas conocidas en el campo de la cosmología pueden explicarse en términos de  $x$  y del ecuación de la sección cónica con precesión. En documentos inmediatamente previos se ha extendido la investigación del límite clásico de la nueva relatividad al problema gravitacional con múltiples partículas, el cual se consideraba hasta ahora sin solución analítica conocida, y en el documento anterior se ha inferido una nueva forma de la tercera ley de Kepler para una órbita con precesión.

En la Sección 2 de este documento se demuestra que el problema gravitacional para un número de partículas  $N$  puede resolverse analíticamente de una manera relativamente directa dada la forma habitual del lagrangiano inicial que se define para el problema. Esto ha constituido un problema que ha perdurado durante 400 años en el campo de la cosmología, y hasta el presente se le consideraba como poseedor únicamente de soluciones especializadas descubiertas por Euler, Lagrange, Poincaré y otros. Se utiliza el Teorema de Stokes para desarrollar la solución en el caso de tres partículas en interacción, y se desarrolló un nuevo concepto de giro o circulación orbital. En la Sección 3 se ilustran gráficamente algunos de los resultados.

## 2. Solución y concepto de circulación orbital.

Consideremos tres masas que interactúan simultáneamente con el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left( m_1 |\dot{\mathbf{r}}_1|^2 + m_2 |\dot{\mathbf{r}}_2|^2 + m_3 |\dot{\mathbf{r}}_3|^2 \right) + \frac{m_1 m_2 G}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} + \frac{m_1 m_3 G}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|} + \frac{m_2 m_3 G}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|}, \quad (1)$$

Este es el formato tradicional para el lagrangiano para aquello que se conoce como el problema gravitacional para tres partículas en la dinámica newtoniana. Aquí,  $m$  son las masas,  $G$  es la constante de Newton, y las coordenadas se definen en la Fig. (1).

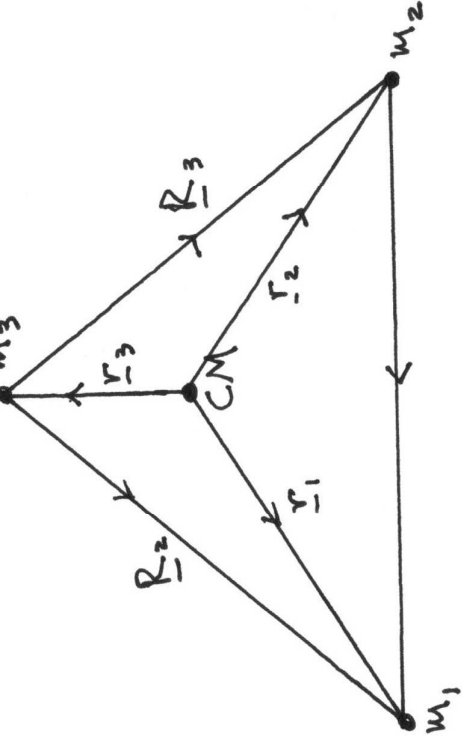


Figura 1

El centro de masa del sistema de tres partículas se define como ubicado en el origen del sistema de coordenadas. Así:

$$m_1 \underline{r}_1 + m_2 \underline{r}_2 + m_3 \underline{r}_3 = \underline{0} \quad (2)$$

Como en la Fig. (1):

$$\underline{R}_1 = \underline{r}_1 - \underline{r}_2 \quad (3)$$

$$\underline{R}_2 = \underline{r}_1 - \underline{r}_3 \quad (4)$$

$$\underline{R}_3 = \underline{r}_2 - \underline{r}_3 \quad (5)$$

En consecuencia, el lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left( m_1 |\dot{\underline{r}}_1|^2 + m_2 |\dot{\underline{r}}_2|^2 + m_3 |\dot{\underline{r}}_3|^2 \right) + \frac{m_1 m_2 G}{R_1} + \frac{m_1 m_3 G}{R_2} + \frac{m_2 m_3 G}{R_3} \quad (6)$$

A partir de las Ecs. (2) y (3):

$$m_1 \underline{r}_1 + m_2 (\underline{r}_1 - \underline{R}_1) + m_3 \underline{r}_3 = \underline{0} \quad (7)$$

es decir

$$\underline{r} = - \frac{(m_1 \underline{R}_1 + m_3 \underline{r}_3)}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Análogamente:

$$m_1 \underline{r}_1 + m_2 (\underline{r}_1 - \underline{R}_1) + m_3 \underline{r}_3 = \underline{0} \quad (9)$$

es decir:

$$\underline{r}_1 = \frac{m_2 \underline{R}_1 - m_3 \underline{r}_3}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

Por lo tanto:

$$v_1^2 = \frac{m_2^2 R_1^2 + m_3^2 r_3^2 - 2 m_2 m_3 \underline{R}_1 \cdot \underline{r}_3}{(m_1 + m_2)^2} \quad (11)$$

y

$$v_2^2 = \frac{m_1^2 R_1^2 + m_3^2 r_3^2 + 2 m_1 m_3 \underline{R}_1 \cdot \underline{r}_3}{(m_1 + m_2)^2} \quad (12)$$

Resolviendo las Ecs. (11) y (12) da origen al lagrangiano reducido:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu |\dot{\underline{R}}_1|^2 + m_3 \left( 1 + \frac{m_3}{m_1 + m_2} \right) |\dot{\underline{r}}_3|^2 + \frac{m_1 m_2 G}{R_1} + \frac{m_1 m_3 G}{R_2} + \frac{m_2 m_3 G}{R_3} \quad (13)$$

donde la masa reducida es:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (14)$$

En coordenadas polares planas:

$$|\dot{\mathbf{B}}_1|^2 = \dot{R}_1^2 + R_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (15)$$

Consideremos ahora las ecuaciones de Euler Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R_1} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{R}_1} \quad (16)$$

$$y \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_1} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_1} \quad (17)$$

con el lagrangiano (13). La solución para la Ecs. (16) y (17) es bien conocida [11] como la órbita elíptica:

$$R_1 = \frac{\alpha_1}{1 + \epsilon_1 \cos \theta_1} \quad (18)$$

donde  $\alpha_1$  es la semi latitud recta y  $\epsilon_1$  es la excentricidad. Análogamente:

$$R_2 = \frac{\alpha_2}{1 + \epsilon_2 \cos \theta_2} \quad (19)$$

y

$$R_3 = \frac{\alpha_3}{1 + \epsilon_3 \cos \theta_3} \quad (20)$$

donde:

$$\underline{R}_2 = \underline{R}_1 + \underline{R}_3 \quad (21)$$

Este es el mismo resultado que en documentos previos [1 – 10] obtenidos mediante un método diferente.

Por lo tanto, resulta que la solución general para el problema con N partículas es:

$$R_i = \frac{\alpha_i}{1 + \epsilon_i \cos \theta_i}, \quad i = 1, \dots, N \quad (22)$$

dado el lagrangiano (13) ampliado al caso de  $N$  partículas. Para  $N$  masas en un plano la restricción (21) se extiende a  $N$  masas. Para órbitas con precesión [1 - 10] la solución general es

$$R_i = \frac{\alpha_i}{1 + \epsilon_i \cos(x_i \theta_i)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (23)$$

donde  $x_i$  es el factor de precesión para cada órbita. Por lo tanto, el problema gravitacional para  $N$  partículas ha quedado resuelto por primera vez.

Una aplicación directa del Teorema de Stokes da:

$$\oint \underline{S}_i \cdot d\underline{R}_i = \int \underline{S}_i \cdot \underline{n} \, dA_i \quad (24)$$

donde  $\underline{S}_i$  es la circulación orbital:

$$\underline{S}_i = \nabla \times \underline{R}_i = - \frac{1}{R_i} \frac{\partial R_i}{\partial \theta_i} \underline{k} \quad (25)$$

A partir de la Ec. (22) en el límite newtoniano:

$$\frac{\partial R_i}{\partial \theta_i} = \frac{\epsilon_i}{\alpha_i} R_i^2 \operatorname{sen} \theta_i \quad (26)$$

de manera que:

$$\underline{S}_i = - \frac{\epsilon_i \operatorname{sen} \theta_i}{1 + \epsilon_i \cos \theta_i} \underline{k} \quad (27)$$

La circulación orbital es un nuevo concepto en el campo de la cosmología, y se incluyen algunos ejemplos gráficos en la Sección 3. Para órbitas con precesión:

$$\underline{S}_i = - \frac{\epsilon_i x_i \operatorname{sen}(x_i \theta_i)}{1 + \epsilon_i \cos(x_i \theta_i)} \underline{k} \quad (28)$$

en donde el potencial gravitacional es la nueva ley universal de la gravitación:

$$U(R) = -\frac{mMGx^2}{R} - \frac{L^2}{2mR^2}(1-x^2) \quad (29)$$

en donde el momento angular total es la constante:

$$L = \frac{mM}{m+M} R^2 \frac{d\theta}{dt} \quad (30)$$

En general, para cualquier curva en un plano [11]:

$$dA_i = \frac{1}{2} R_i^2 d\theta_i \quad (31)$$

de manera que:

$$\oint \underline{R}_i \cdot d\underline{R}_i = \frac{1}{2} \int S_i \underline{k} \cdot \underline{n} R_i^2 d\theta_i \quad (32)$$

Suponiendo:

$$\underline{k} \cdot \underline{n} = 1 \quad (33)$$

entonces:

$$\oint \underline{R}_i \cdot d\underline{R}_i = -\frac{1}{2} \int S_i R_i^2 d\theta_i = \epsilon_i \alpha_i \int \frac{\text{sen} \theta_i d\theta_i}{(1+\epsilon_i \cos \theta_i)^3} \quad (34)$$

Esta integral se evaluó numéricamente y se obtuvo el resultado:

$$\oint \underline{R}_i \cdot d\underline{R}_i = \frac{1}{2} R_i^2 \quad (35)$$

Para órbitas con precesión:

$$\oint \underline{R}_i \cdot d\underline{R}_i = \epsilon_i \alpha_i^2 x_i \int \frac{\sin(x_i \theta_i) d\theta_i}{(1 + \epsilon_i \cos(x_i \theta_i))^3} \quad (36)$$

En el problema de tres partículas:

$$\oint \underline{R}_2 \cdot d\underline{R}_2 = \oint (\underline{R}_1 + \underline{R}_3) \cdot d\underline{R}_2 \quad (37)$$

de manera que los vectores de circulación son aditivos de la siguiente manera:

$$\underline{\Sigma}_2 = \underline{\Sigma}_1 + \underline{\Sigma}_3 \quad (38)$$

y que proveen la restricción en la solución (27):

$$\frac{\epsilon_2 \sin \theta_2}{1 + \epsilon_2 \cos \theta_2} = \frac{\epsilon_1 \sin \theta_1}{1 + \epsilon_1 \cos \theta_1} + \frac{\epsilon_3 \sin \theta_3}{1 + \epsilon_3 \cos \theta_3} \quad (39)$$

Para cada órbita en el límite newtoniano, los tiempos transcurridos son:

$$t_i = (1 - \epsilon_i^2)^{3/2} \left( \frac{\tau_i}{2\pi} \right) \int \frac{d\theta_i}{(1 + \epsilon_i \cos \theta_i)^2} \quad (40)$$

donde las excentricidades son:

$$\epsilon_i = \left( 1 - \left( \frac{a_i}{b_i} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad (41)$$

y donde  $\tau_i$  son los tiempos consumidos para que la masa en cada órbita recorra un total de  $2\pi$  radianes.

La circulación orbital pareciera ser un nuevo concepto en el campo de la cosmología, y puede utilizarse para caracterizar cada órbita. Es distinta de cero para cada órbita en general, con excepción de la órbita circular. Para una órbita circular:



$$\underline{R} = X \underline{i} + Y \underline{j} \quad (42)$$

$$d\underline{R} = dX \underline{i} + dY \underline{j} \quad (43)$$

por lo tanto:

$$\oint \underline{R} \cdot d\underline{R} = \int_0^{2\pi} (X dX + Y dY) \quad (44)$$

En el caso del círculo:

$$X = R \cos \theta, \quad Y = R \sin \theta, \quad (45)$$

$$dX = -R \sin \theta d\theta \quad (46)$$

$$dY = R \cos \theta d\theta \quad (47)$$

por lo tanto:

$$\int_0^{2\pi} (X dX + Y dY) = \int_0^{2\pi} R \cos \theta (-R \sin \theta d\theta) + R \sin \theta (R \cos \theta d\theta) d\theta = 0 \quad (48)$$

La integral de contorno alrededor de la circunferencia de un círculo es igual a cero. El operador rotacional es:

$$\nabla \times \underline{R} = \left( \frac{\partial Y}{\partial X} - \frac{\partial X}{\partial Y} \right) \underline{k} = 0 \quad (49)$$

y de esta manera se verifica el Teorema de Stokes. En coordenadas polares cilíndricas:

$$\underline{R} = R \underline{e}_r \quad (50)$$

donde:

$$\underline{e}_r = \dot{\underline{i}} \cos \theta + \dot{\underline{j}} \sin \theta \quad (51)$$

y:

$$\nabla \times \underline{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \theta} \underline{k} \quad (52)$$

El círculo se define mediante la ecuación de la sección cónica:

$$R = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (53)$$

con:

$$\epsilon = 0. \quad (54)$$

De manera que:

$$R = \alpha = \text{constante} \quad (55)$$

y

$$\frac{\partial R}{\partial \theta} = 0, \quad (56)$$

por lo tanto

$$\nabla \times \underline{R} = \underline{0} \quad (57)$$

Q.E.D.

### 3. Ilustraciones gráficas.

Sección a cargo del Dr. Horst Eckardt

## Agradecimientos.

Se agradece el Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS por discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por sus publicaciones en la red, y a Alex Hill, Robert Cheshire y Simon Clifford por las traducciones y las grabaciones. AIAS se estableció en la primavera del año 2012 bajo el Patrocinio del fideicomiso de la Familia Newlands.

## Referencias.

- [1] M. W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (Cambridge International Science Publishing, CISP, [www.cisp-publishing.com](http://www.cisp-publishing.com)) junio de 2012, publicación especial número seis de la referencia (2).
- [2] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (CISP a partir del mes de junio de 2011), seis publicaciones anuales.
- [3] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (CISP, primavera de 2011 y [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom (Abramis Academic, 2005 a 2011), en siete volúmenes.
- [5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis Academic, 2007, traducción al castellano por Alex Hill en la Sección en Español del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [6] M. W. Evans y S. Kielich, “Modern Nonlinear Optics” (Wiley, 1992, 1993, 1997, 2001) en seis volúmenes y dos ediciones.
- [7] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).
- [8] M. W. Evans y J.-P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 a 2002) en diez volúmenes con encuadernación dura o blanda.
- [9] K. Pendergast, “The Life of Myron Evans” (CISP, 2011).
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
- [11] J. P. Marion y L. D. Thornton, “Classical Dynamics” (Harcourt, 1988, 3ª Edición).