

La ecuación de fuerza cuántica relativista.

por

M .W. Evans,

Civil List

(www.aias.us, www.webarchive.org.uk, www.atomicprecision.com, www.e3tm.net,
www.upitec.org)

y

Colegio de Graduados, Universidad de Gales

y

H. Eckardt,

AIAS y UPITEC

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

La ecuación de fuerza de la mecánica cuántica relativista se deduce a partir de la teoría de campo unificado covariante generalizada ECE, y de diversos términos definidos en el hamiltoniano relativista. Sabemos ahora que el origen correcto de la mecánica cuántica relativista es la ecuación del fermión, la primera ecuación del fermión para una partícula individual debido a que puede deducirse sin el empleo de energía negativa. Habiendo deducido y definido el hamiltoniano en una ecuación similar a la de Schroedinger, sigue la ecuación de fuerza relativista. Se llevan a cabo cálculos computacionales de los primeros eigenvalores de la ecuación de fuerza cuántica relativista.

Palabras clave: Teoría del campo unificado covariante generalizada ECE, ecuación de fuerza cuántica relativista.

1. Introducción.

En recientes documentos de esta serie [1-10] se han reducido dos clases de novedosas ecuaciones de fuerza de la mecánica cuántica a partir de la estructura de la teoría del campo unificado covariante generalizada. La primera es la ecuación cuántica de Hamilton, en tanto que la segunda, una ecuación de fuerza de mayor utilidad fue deducida en el documento precedente UFT 176 a partir de la ecuación de Schroedinger, ella misma una condición límite de la ecuación ECE del fermión deducida en el documento UFT 172 y siguientes a partir de la geometría de Cartan [11]. La dinámica de Hamilton [12] nos da la ecuación de fuerza del segundo tipo, a partir de la ecuación del Schroedinger utilizando la independencia de las variables canónicas de la ecuación de Hamilton. La ecuación de fuerza cuántica no relativista del segundo tipo utiliza las funciones de onda y los eigenvalores de la ecuación de Schroedinger para deducir en forma directa los eigenvalores de fuerza, por primera vez en la mecánica cuántica. Es bien sabido que la química cuántica computacional proporciona las funciones de onda necesarias, así como los eigenvalores, para una variedad de sistemas: átomos, moléculas, semiconductores, minando estructuras, bionanoestructuras, ADN auto estructurado y demás. En el documento UFT 176 se dieron ejemplos sencillos de eigenvalores de fuerza a partir de soluciones exactas tales como la del oscilador armónico y del átomo de hidrógeno. Para el caso del oscilador armónico se encontró que cada eigenvalor de fuerza era igual que el valor clásico, incluyendo el eigenvalor de fuerza para él. Cero, el cual indica la presencia en el vacío de una fuerza desconocida hasta el momento, de utilidad para la investigación en nueva energía. Para el átomo de hidrógeno, se encontró que el eigenvalor de fuerza para el orbital 1s es igual a cero, brindando la primera explicación correcta de la estabilidad del orbital 1s. Se encontraron patrones característicos de eigenvalores de fuerza para otros orbitales del átomo de hidrógeno, patrones que pueden extenderse a todos los aspectos de la mecánica cuántica para brindar una ciencia de materiales completamente nueva, un nuevo tipo de teoría de campo cuántica, y un nuevo tipo de óptica cuántica.

En la Sección 2 este trabajo se extiende a la ecuación de fuerza cuántica relativista, la cual se deduce a partir de la ecuación del fermión de la teoría ECE sin el empleo de energía negativa. La ecuación del fermión se expresa como dos ecuaciones simultáneas las cuales también pueden deducirse [13] a partir de la transformación de Lorentz del espinotensor de Pauli. Estas ecuaciones están sujetas a una bien definida transformación matemática que da los diversos términos en el hamiltoniano relativista a través de una aproximación similar a la de Schroedinger [14, 15]. Estos incluyen el término de masa, el término de órbita de espín, el término de Darwin y una corrección relativista el término de energía cinética del operador hamiltoniano de la ecuación de Schroedinger.

En la Sección 3 se obtienen por cálculo computacional algunos de los eigenvalores de fuerza de la mecánica cuántica relativista, por primera vez a partir de la ecuación de fuerza del segundo tipo extendida a la relatividad restringida. Éstos incluyen eigenvalores de fuerza para la interacción orbital de espín, el cual es responsable de la importante estructura fina en espectroscopía atómica y molecular.

2. Deducción a partir de la ecuación del fermión.

Consideremos la ecuación del fermión del documento UFT 172 y siguientes en el formato:

$$(\hat{E} - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = m c^2 \varphi^L \quad (1)$$

$$(\hat{E} + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = m c^2 \varphi^R \quad (2)$$

Donde E es la energía total, considerada como un eigenvalor, y donde $\hat{\mathbf{p}}$ es el operador definido por el axioma de Schroedinger, el cual constituye la base de la mecánica cuántica:

$$\hat{\mathbf{p}} \psi = -i \hbar \nabla \psi \quad (3)$$

donde \hbar es la constante reducida de Planck y ψ es una función de onda. Aquí, $\boldsymbol{\sigma}$ es el vector de Pauli constituido a partir de matrices de Pauli, m es la masa, c es la velocidad de la luz en el vacío, y φ^L y φ^R son los espinotensores de derecha e izquierda de Pauli, que en la teoría ECE se deducen a partir de elementos de la tétrada en la geometría de Cartan. En presencia de una energía potencial, expresada como:

$$V = e \varphi \quad (4)$$

donde φ es el potencial escalar y $-e$ es la carga del electrón, las Ecs. (1) y (2) devienen:

$$(\hat{E} - V - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = m c^2 \varphi^L \quad (5)$$

$$(\hat{E} - V + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = m c^2 \varphi^R \quad (6)$$

Como en el documento UFT 173 se efectúan las transformaciones matemáticas:

$$\varphi^R = \varphi_S^R + \varphi_S^L \quad (7)$$

$$\varphi^L = \varphi_S^R - \varphi_S^L \quad (8)$$

que transforman las Ecs. (5) y (6) en:

$$(E - V - m c^2) \varphi_S^R = c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \varphi_S^L \quad (9)$$

$$(E - V + m c^2) \varphi_S^L = c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \varphi_S^R \quad (10)$$

La energía relacionada con la energía en reposo, la energía cinética relativa, se define como:

$$\epsilon = T = E - m c^2 \quad (11)$$

de manera que las Ecs. (9) y (10) devienen:

$$c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \varphi_S^L = (\epsilon - V) \varphi_S^R \quad (12)$$

$$c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \varphi_S^R = (\epsilon - V + 2 m c^2) \varphi_S^L \quad (13)$$

A partir de la Ec. (13),

$$\varphi_S^L = \frac{c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{\epsilon - V + 2 m c^2} \varphi_S^R \quad (14)$$

de manera que en la Ec. (12):

$$\epsilon \varphi_S^R = V \varphi_S^R + c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \left(\frac{c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{\epsilon - V + 2 m c^2} \right) \varphi_S^R \quad (15)$$

en donde el operador $\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ opera sobre el término completo dentro del paréntesis utilizando el Teorema de Leibniz.

En la aproximación:

$$\left(1 + \frac{\epsilon - V}{2 m c^2} \right)^{-1} \sim 1 - \left(\frac{\epsilon - V}{2 m c^2} \right) \quad (16)$$

el término dentro del paréntesis deviene:

$$\epsilon \varphi_S^R = V \varphi_S^R + \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \left(\left(1 - \left(\frac{\epsilon - V}{2 m c^2} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \right) \varphi_S^R \right) \quad (17)$$

de manera que la Ec. (15) deviene la ecuación de tipo Schroedinger:

$$\epsilon \psi = V \psi + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} \psi - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{4m^2 c^2} ((\epsilon - V) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) \quad (18)$$

la cual puede expandirse a:

$$\epsilon \psi = \left(V + \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} \right) \psi - \frac{1}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} (\epsilon \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) + \frac{1}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} (V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) ; \psi = \varphi_S^R \quad (19)$$

En la aproximación:

$$v \ll c \quad (20)$$

la energía ϵ , la energía cinética relativista T se aproxima mediante:

$$T = E - m c^2 \longrightarrow \frac{p^2}{2m} \quad (21)$$

de manera que empleando esta aproximación en el tercer término del lado derecho de la Ec. (19) da:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \frac{p^2}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} = \frac{\hat{p}^4}{2m} \quad (22)$$

y la Ec. (19) deviene:

$$\epsilon \psi = \left(V + \frac{\hat{p}^2}{2m} \right) \psi - \frac{\hat{p}^4}{8m^3 c^2} \psi + \frac{1}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} (V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) \quad (23)$$

donde hemos utilizado:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} = \hat{p}^2 \quad (24)$$

La ecuación de Schroedinger es la aproximación no relativista:

$$\epsilon \psi = \left(V + \frac{\hat{p}^2}{2m} \right) \psi \quad (25)$$

El tercer término del lado derecho de la Ec. (23) es el término de la masa, omitido en algunas aproximaciones [13]. El cuarto término es:

$$\frac{1}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} (V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) = \frac{-i \hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla (V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) \quad (26)$$

El lado derecho se desarrolla mediante el Teorema de Leibniz:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla (V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi + V (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi) \quad (27)$$

La fuerza del campo eléctrico \mathbf{E} se define como

$$\mathbf{E} = - \nabla \Phi \quad (28)$$

de manera que:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla V \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi = - e \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi \quad (29)$$

Mediante algebra de Pauli:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{p}} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{p}} \quad (30)$$

Por lo tanto:

$$\hat{H} \psi = \epsilon \psi , \quad (31)$$

$$\hat{H} = e \varphi + \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{\hat{p}^4}{8m^3 c^2} - \frac{e \hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{p}} - \frac{\hbar^2}{4m^2 c^2} (\nabla V) \cdot \nabla - \frac{\hbar^2}{4m^2 c^2} V \nabla^2 . \quad (32)$$

Por lo tanto la Ec. (31) deviene la ecuación de tipo Schroedinger:

$$\hat{H} \psi = \epsilon \psi , \quad (33)$$

donde el hamiltoniano es:

$$\hat{H} = \mathbf{V} - \frac{\hbar^2}{2m} \left(1 + \frac{V}{2m^2 c^2} \right) \nabla^2 + \frac{\hbar^4 \nabla^4}{8m^3 c^2} - \frac{e \hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \times \hat{\mathbf{p}} - \frac{\hbar^2}{4m^2 c^2} (\nabla V) \cdot \nabla . \quad (34)$$

El cuarto término es el término de la órbita de espín con el factor de Thomas correcto, el quinto término es el término de Darwin, mientras que el sexto término es una corrección relativista del operador de la energía cinética de la ecuación de Schroedinger. En un potencial de Coulomb en coordenadas radiales:

$$\varphi = - \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (35)$$

la fuerza de campo eléctrico es:

$$\mathbf{E} = - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (36)$$

donde ϵ_0 es la permitividad del vacío en unidades S. I. De manera que el hamiltoniano de la órbita de espín es:

$$\hat{H}_{so} = \frac{e^2 \hbar}{16\pi\epsilon_0 m^2 c^2 r^3} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{L}} \quad (37)$$

donde $\hat{\mathbf{L}}$ es el operador del momento angular orbital. El operador del momento orbital de espín se define como:

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \hbar \hat{\boldsymbol{\sigma}} \quad (38)$$

donde $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ es también un operador vectorial. Por lo tanto:

$$\hat{H}_{so} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m^2 c^2 r^3} \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{L}} = \xi(r) \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{L}} \quad (39)$$

y el operador hamiltoniano completo en esta aproximación a la ecuación del fermión es:

$$\hat{H} = \nabla - \frac{\hbar^2}{2m} \left(1 + \frac{V}{2m^2c^2} \right) \nabla^2 + \frac{\hbar^4 \nabla^4}{8m^3c^2} + \hat{H}_{SO} - \frac{\hbar^2}{4m^2c^2} (\nabla V) \nabla . \quad (40)$$

Finalmente, la ecuación de fuerza del segundo tipo se obtiene como:

$$(\hat{H} - \epsilon) \nabla \psi = F \psi \quad (41)$$

en coordenadas esféricas polares. En los paquetes de códigos contemporáneos en química cuántica computacional, se utiliza un hamiltoniano de este tipo como punto de arranque, de manera que la ecuación de fuerza (41) puede incorporarse en paquetes de código y dar una cantidad ilimitada de nueva información.

Aplicamos ahora la ecuación de fuerza (41) al hidrógeno atómico con el hamiltoniano simplificado [14]:

$$\hat{H} = - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V + \hat{H}_{SO} . \quad (42)$$

La función de onda del estado $|nlm_l\rangle$ del H es:

$$|nlm_l\rangle = R_{nl}(r) Y_{lm_l}(\theta, \varphi) \quad (43)$$

la cual es un producto de bien conocidas componentes armónicas radiales y esféricas. El promedio radial del hamiltoniano del orbital de espín [14] es:

$$\hbar c \xi_{nl} = \hbar^2 \int_0^\infty \xi(r) R_{nl}^2(r) r^2 dr \quad (44)$$

y da la energía media de interacción de un electrón en un dado orbital con su propio espín.

En un átomo tipo hidrógeno con número atómico Z , la energía potencial de Coulomb es:

$$V = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} . \quad (45)$$

Para el H:

$$Z = 1 , \quad (46)$$

y para H:

$$\xi(r) = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m^2 c^2 r^3} . \quad (47)$$

Por lo tanto:

$$\left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle_{nl} = \frac{1}{a_0^3 n^3 l(l+1/2)(l+1)} \quad , \quad (48)$$

donde el radio de Bohr es

$$a_0 = \frac{4\pi\hbar^2\epsilon_0}{me^4} \quad . \quad (49)$$

Por lo tanto para un electrón en H con números cuánticos n y l :

$$\xi_{nl} = \frac{R_\infty \alpha^2}{n^3 l(l+1/2)(l+1)} \quad , \quad (50)$$

donde la constante de estructura fina es:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c\epsilon_0} = 0.007297351 \quad (51)$$

y

$$\hbar c R_\infty = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} = 2.179908 \times 10^{-18} \text{ J}. \quad (52)$$

En general:

$$\xi_{nl} = \frac{R_\infty \alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1/2)(l+1)} \quad (53)$$

de manera que la interacción orbital de espín es proporcional a Z^4 y en átomos grandes se torna muy importante.

La corrección de primer orden de un estado $|nls ; jm_j \rangle$ a partir de la teoría de perturbación es:

$$E_{SO} = \langle nls ; jm_j | \hat{H}_{SO} | nls ; jm_j \rangle \quad (54)$$

de manera que:

$$(\hat{H} - E + E_{SO}) \nabla \psi = F \psi \quad . \quad (55)$$

Tenemos:

$$\hat{L} \cdot \hat{S} | nls ; jm_j \rangle = \frac{1}{2} (j^2 - l^2 - s^2) | nls ; jm_j \rangle \quad (56)$$

porque:

$$\hat{J}^2 = |\hat{L} + \hat{S}|^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2\hat{L} \cdot \hat{S} \quad (57)$$

De manera que:

$$\begin{aligned} E_{SO} &= \frac{1}{2} \hbar^2 (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \langle nls ; jm_j | \xi(r) | nls ; jm_j \rangle \\ &= \frac{1}{2} \hbar c \xi_{nl} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \\ &= \alpha^2 \hbar c R_\infty \left[\frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{n^3 l(l+1/2)(l+1)} \right] \end{aligned} \quad (58)$$

Por lo tanto los eigenvalores de fuerza se evalúan a partir de las Ecs. (55) y (58) utilizando las funciones de onda ψ de H en primera aproximación. Esto es porque la partición de orbital de espín en el H es muy pequeña. Por ejemplo para el electrón 2 p:

$$n = 2, l = 1 \quad (59)$$

las separaciones por nivel de energía y los números de onda de transición son del orden

$$R_\infty \sim 10^5 \text{ cm}^{-1} \quad (60)$$

La magnitud de la constante de interacción orbital de espín es $\alpha^2 R_\infty / 24$, es decir $R_\infty / 4.51 \times 10^5$ fracciones de un número de onda. De manera que utilizando las funciones de onda ψ del H constituye una muy buena aproximación. Los estados permitidos de momento angular para un sistema constituido de dos fuentes de momento angular vienen dados por la bien conocida [14, 15] serie de Clebsch Gordan:

$$\left. \begin{aligned} j &= j_1 + j_2, j_1 + j_2 - 1, \dots, |j_1 - j_2|, \\ m_j &= m_{j_1} + m_{j_2} \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

de manera que para un electrón 2p:

$$j = \frac{3}{2} \text{ y } \frac{1}{2} \quad (62)$$

y en la Ec. (58):

$$n = 2, l = 1, j = \frac{3}{2} \text{ y } \frac{1}{2}, s = \frac{1}{2} \quad (63)$$

de manera que F puede calcularse a partir de la Ec. (55).

3. Evaluación computacional de eigenvalores de fuerza.

En la sección anterior se ha evaluado la división de espín y órbita de eigenvalores de fuerza. A continuación incluimos los valores analíticos correspondientes para el hidrógeno, obtenidos mediante álgebra computacional. Posteriormente a esto, presentamos la división de eigenvalores de fuerza mediante un campo magnético.

3.1 División de espín y órbita.

Para el hidrógeno, se ha incluido en la Ec. (42) y en las ecuaciones siguientes el operador hamiltoniano despreciando todos los efectos relativísticos excepto el acoplamiento de espín y órbita. Deben utilizarse los números cuánticos relativistas j y m_j . Para estados s no hay división de espín y órbita debido a que el momento angular es igual a cero. Utilizando las funciones de onda analíticas dadas en la referencia [14], se obtienen los eigenvalores de fuerza F incluidos en la Tabla 1 a partir de la Ec. (55), donde a es el radio de Bohr y m es la masa del electrón. La energía E_{so} debe de sustituirse por la Ec. (58) para que resulte complete. Los valores de fuerza en la Tabla 1 se clasifican de acuerdo con el número cuántico no relativista l ; la división de espín relativista se introduce utilizando los términos $j = l \pm s$ en la ecuación para E_{so} . Se han representado gráficamente en las Figs. 1-3. Puede observarse que la división es simétrica fuera de la región central. Hay polos donde la función de onda cruza el valor cero, lo cual conduce a valores finitos de $F \cdot \psi$ tal como ya se comentó en el documento UFT 177.

n	l	E	F
1	0	$-\frac{\hbar^2}{ma^2}$	0
2	0	$-\frac{\hbar^2}{8ma^2}$	0
2	1	$-\frac{\hbar^2}{8ma^2}$	$-\frac{(mr^3 - 2amr^2)E_{so} + r\hbar^2 - 2a\hbar^2}{2amr^3}$
3	0	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	0
3	1	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	$-\frac{(mr^4 - 12amr^3 + 18a^2mr^2)E_{so} + 4r^2\hbar^2 - 36ar\hbar^2 + 54a^2\hbar^2}{3amr^4 - 18a^2mr^3}$
3	2	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	$-\frac{(mr^3 - 6amr^2)E_{so} + 2r\hbar^2 - 12a\hbar^2}{3amr^3}$

Tabla 1. Eigenvalores de fuerza y energía para el átomo de hidrógeno con una energía de división de espín-órbita E_{so} .

3.2 División magnética.

Las líneas espectrales degeneradas sufren una división mediante un campo magnético externo, tal como se sabe a partir de los efectos Zeeman y Paschen-Back. El operador hamiltoniano en una aproximación no relativista [13] viene en este caso dado por:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}. \quad (64)$$

Suponiendo solo una componente Z de \mathbf{B} conduce entonces a

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_Z & 0 \\ 0 & -B_Z \end{bmatrix}, \quad (65)$$

de manera que obtenemos dos valores para \hat{H} :

$$\hat{H}_+ = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V - \frac{e\hbar}{2m} B_Z, \quad (66)$$

$$\hat{H}_- = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V + \frac{e\hbar}{2m} B_Z. \quad (67)$$

Suponiendo un campo magnético débil, puede tomarse la función de onda del átomo de hidrógeno en el estado no distorsionado para evaluar los eigenvalores de fuerza F_+ y F_- a partir de

$$(\hat{H}_+ - E) \frac{d\psi}{dx} = F_+ \psi, \quad (68)$$

$$(\hat{H}_- - E) \frac{d\psi}{dx} = F_- \psi, \quad (69)$$

Los resultados se muestran en la Tabla 2, donde solo se han tomado los valores positivos de B_Z . Se obtiene F_- mediante un cambio de signo de B_Z . Si se establece $B_Z = 0$ se obtienen los valores de fuerza para el átomo no distorsionado, tal como ya se calculó en el documento UFT 177.

En las Figs. 4-9 se muestran los eigenvalores de fuerza para H en una escala ampliada a fin de poder volver visibles los efectos. Se representa gráficamente la densidad de probabilidad ponderada radialmente $\psi \cdot r^2$ con fines comparativos. F_+ y F_- muestran una división simétrica de la F original (con $B_Z = 0$). Más allá de cierto punto nodal, la división crece casi cuadráticamente con la coordenada radial. También se divide el estado $s = 0$, donde no hay una F sin la presencia de un campo magnético. Cerca de los radios polares, el comportamiento es similar a la división de espín-órbita.

n	l	E	F_+
1	0	$-\frac{\hbar^2}{ma^2}$	$\frac{\hbar e B_Z}{2am}$
2	0	$-\frac{\hbar^2}{8ma^2}$	$\frac{\hbar(er^3 B_Z - 4aer^2 B_Z - 4r\hbar + 8a\hbar)}{4amr^2}$
2	1	$-\frac{\hbar^2}{8ma^2}$	$\frac{\hbar(r - 2a)(er^2 B_Z - 2\hbar)}{4amr^3}$
3	0	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	$\frac{\hbar(2er^4 B_Z - 30aer^3 B_Z + 81a^2 er^2 B_Z - 20r^2 \hbar + 228ar\hbar - 486a^2 \hbar)}{6amr^2(2r^2 - 18ar + 27a^2)}$
3	1	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	$\frac{\hbar(er^4 B_Z - 12aer^3 B_Z + 18a^2 er^2 B_Z - 8r^2 \hbar + 72ar\hbar - 108a^2 \hbar)}{6amr^2(r - 6a)}$
3	2	$-\frac{\hbar^2}{18ma^2}$	$\frac{\hbar(r - 6a)(er^2 B_Z - 4\hbar)}{6amr^3}$

Tabla 2. Eigenvalores de energía y fuerza para el átomo de hidrógeno a partir de un campo magnético B_Z .

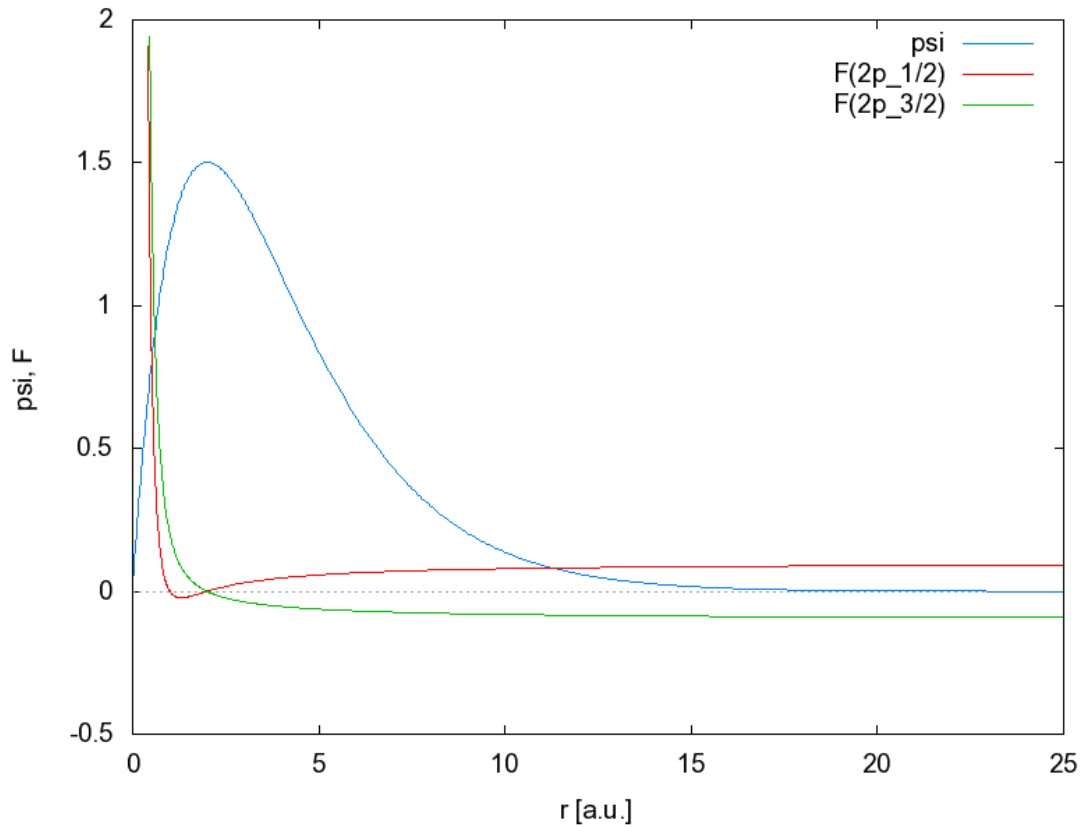


Fig. 1. División de espín-órbita del eigenvalor de fuerza para H 2p.

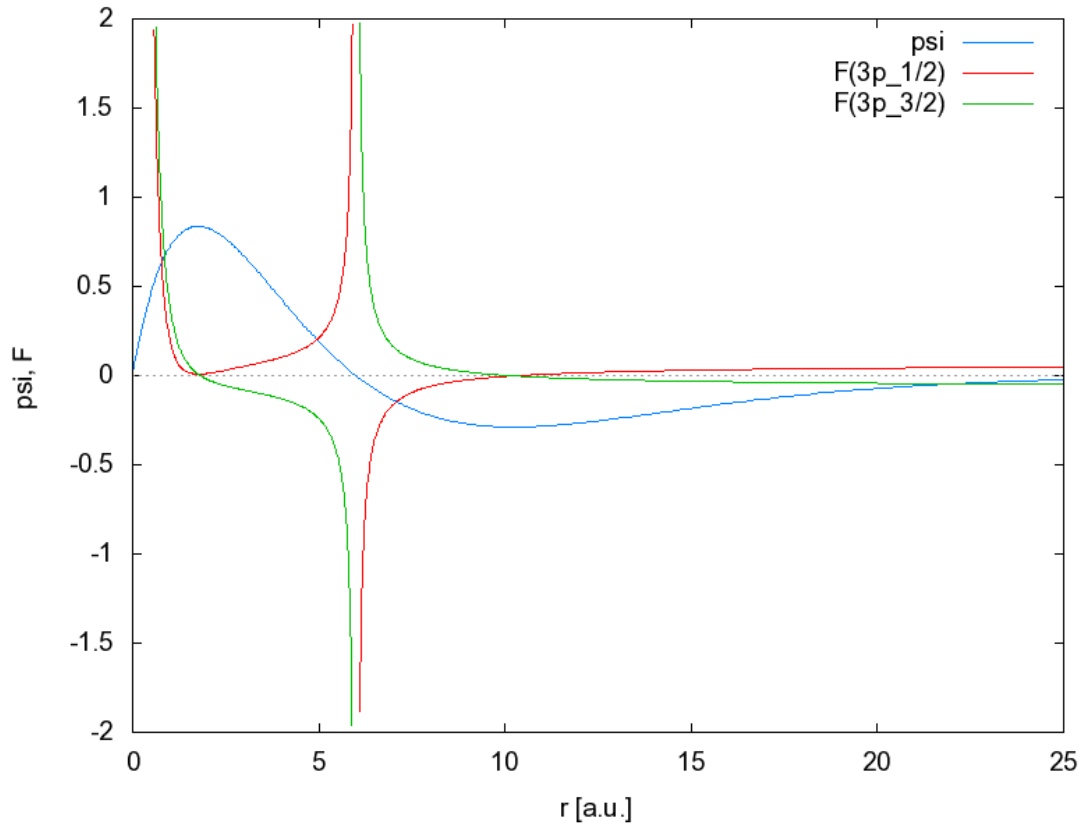


Fig. 2. División de espín-órbita del eigenvalor de fuerza para H 3p.

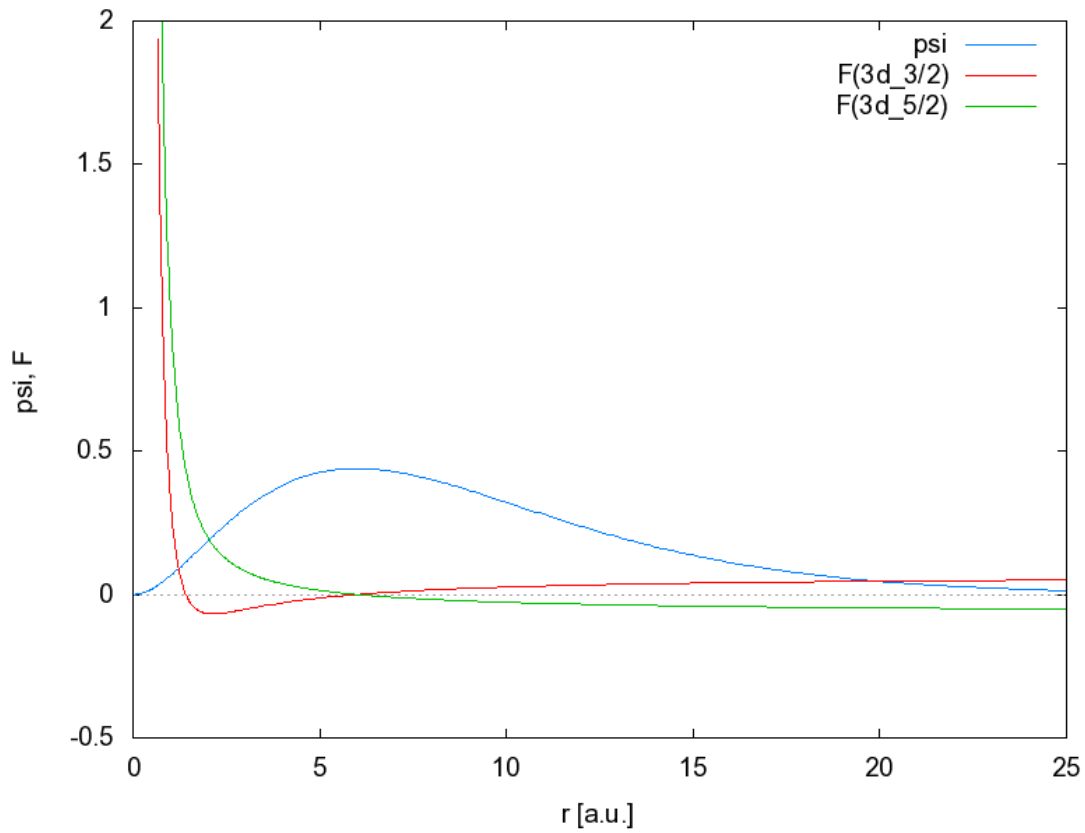


Fig. 3. División de espín-órbita del eigenvalor de fuerza para H 3d.

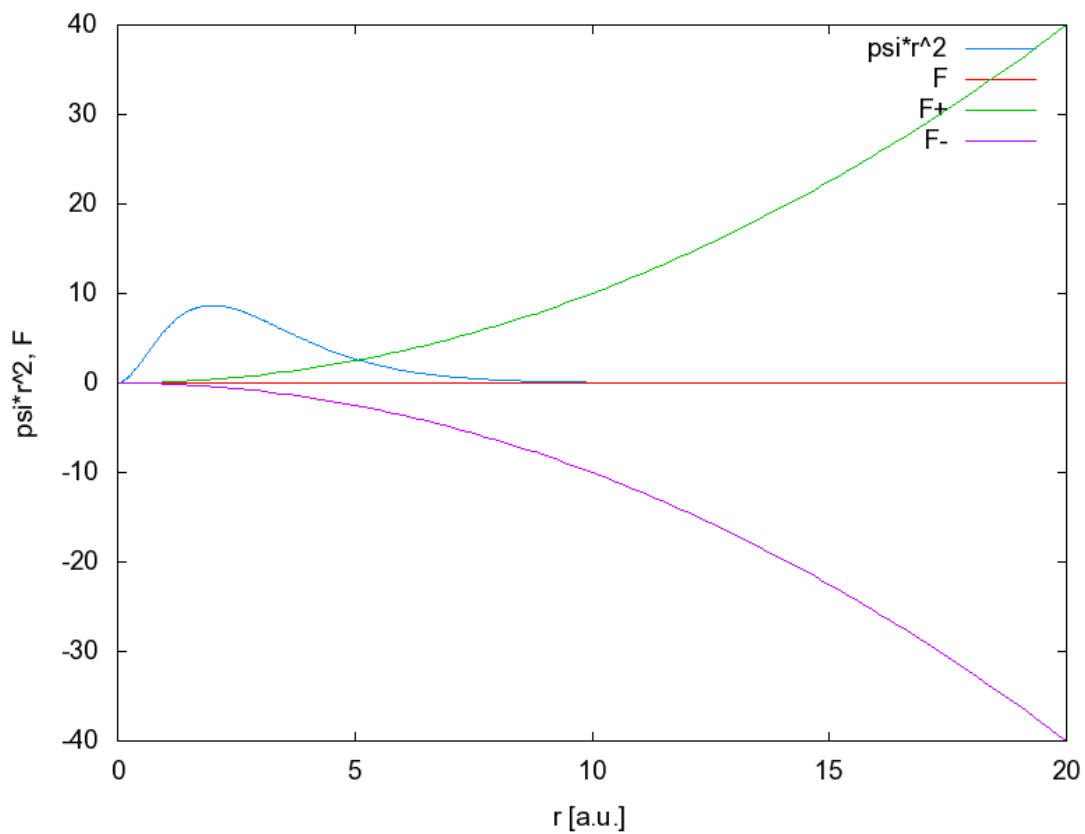


Fig. 4. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 1s.

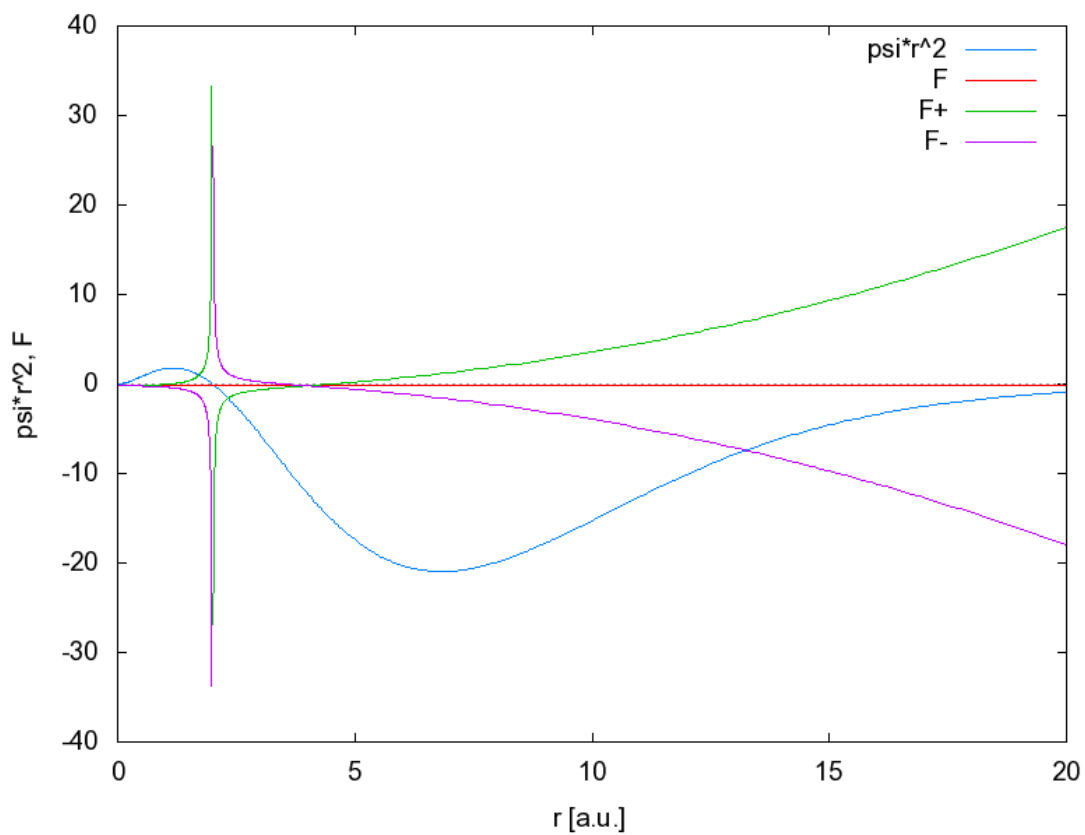


Fig. 5. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 2s.

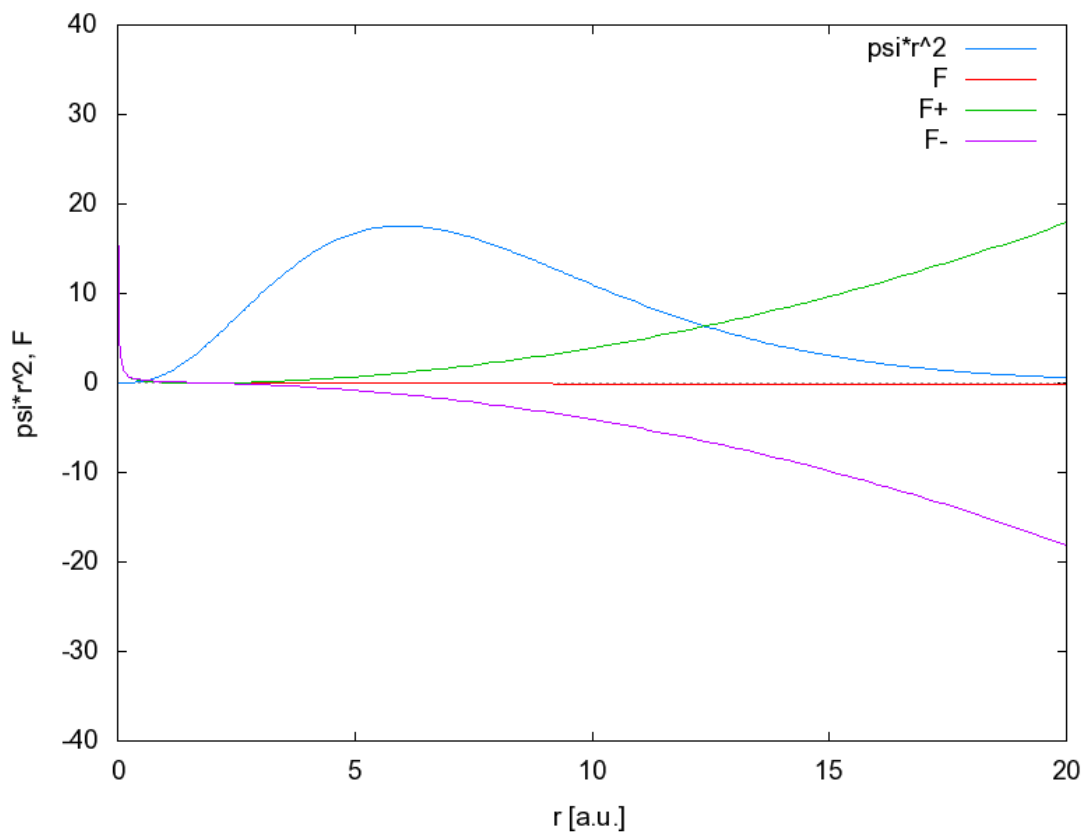


Fig. 6. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 2p.

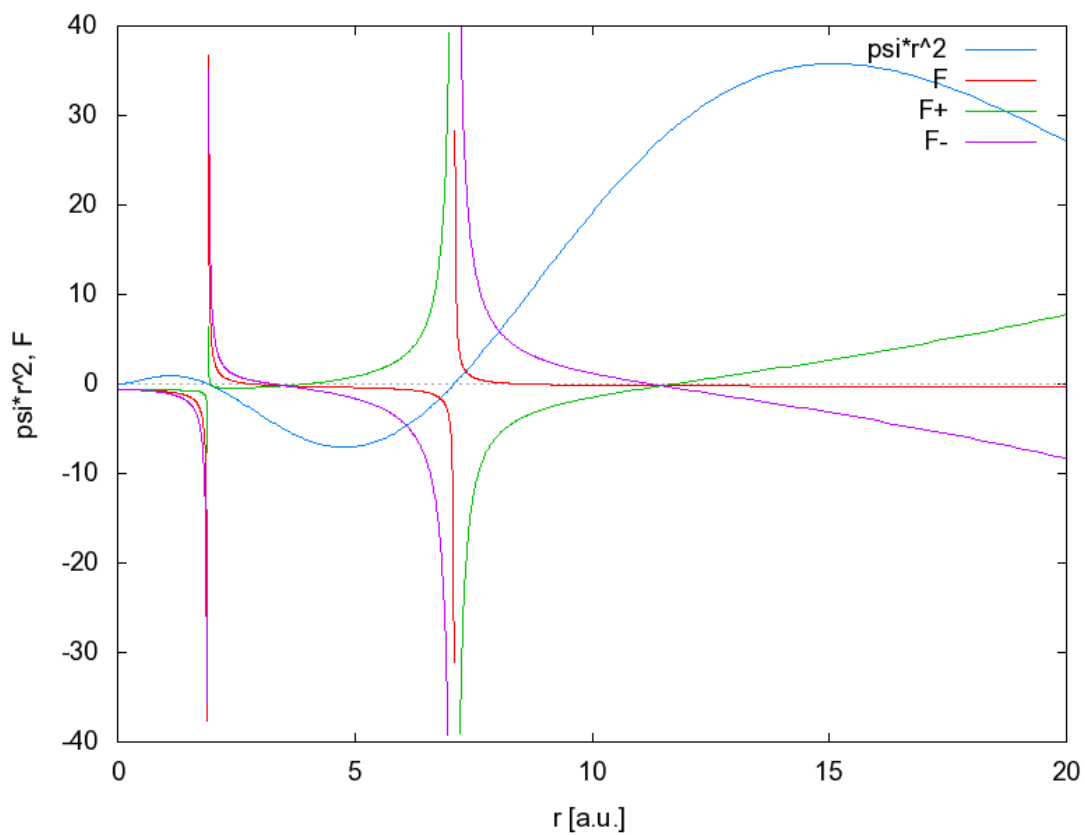


Fig. 7. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 3s.

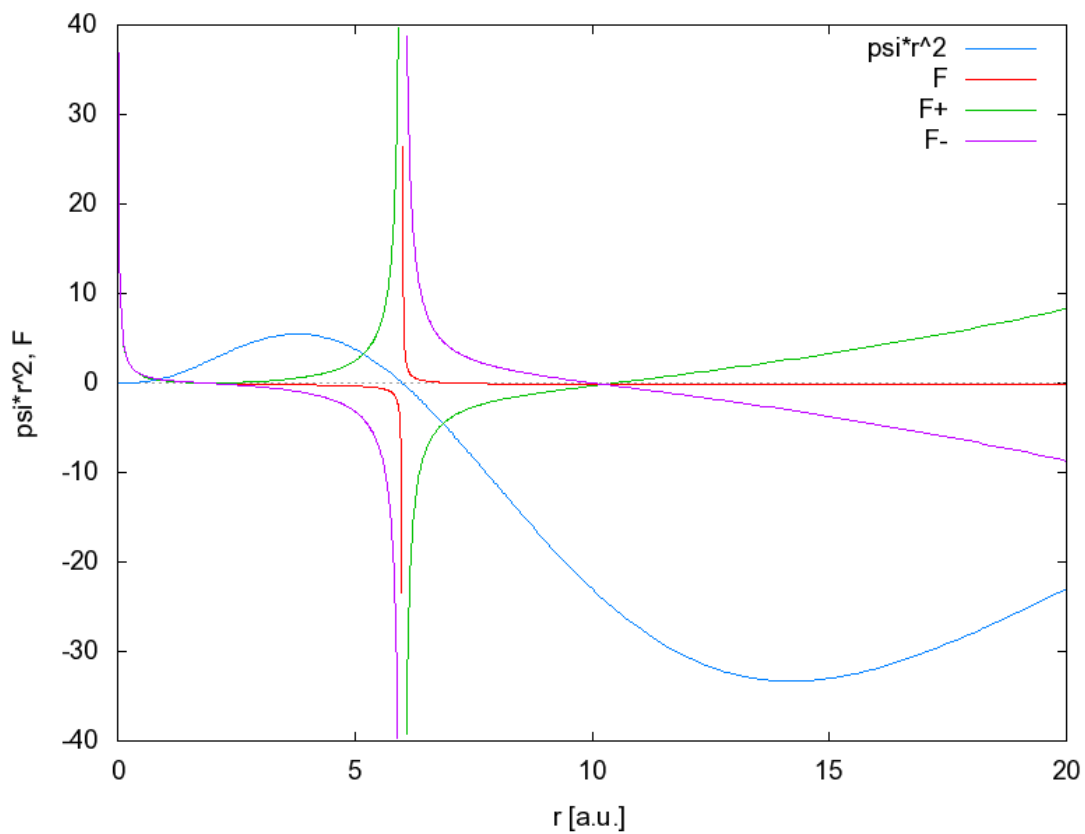


Fig. 8. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 3p.

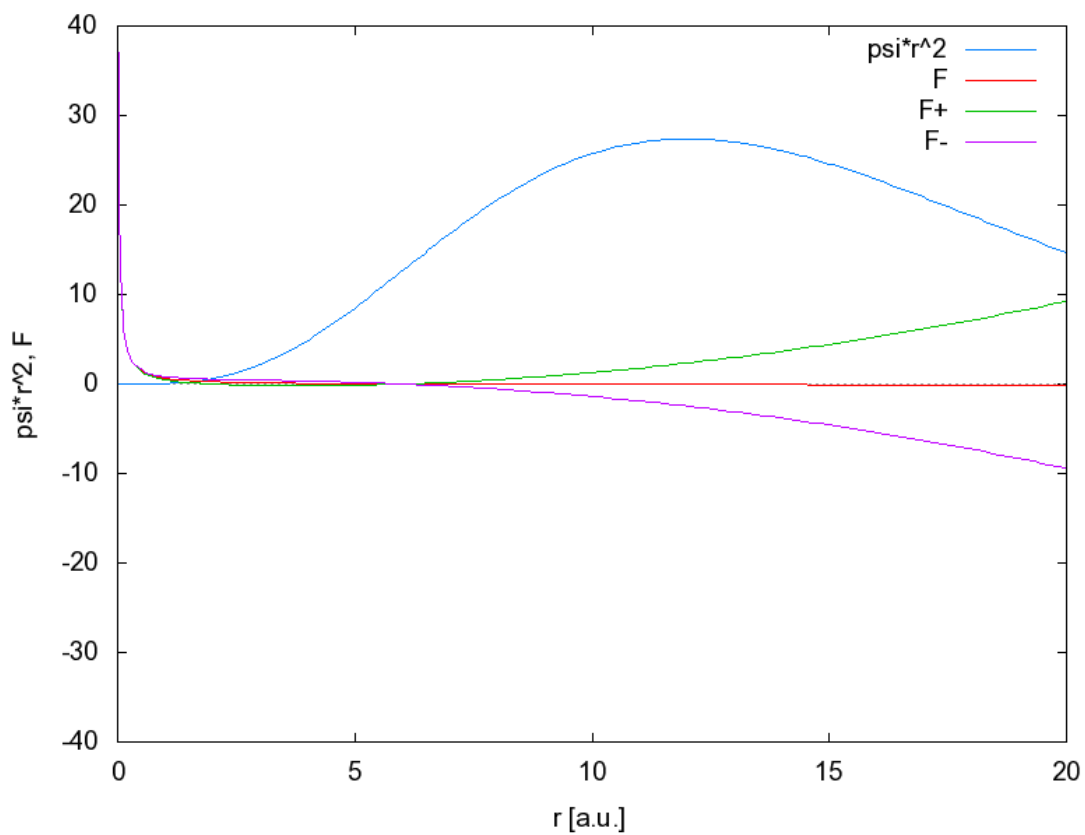


Fig. 9. División del campo magnético del eigenvalor de fuerza para H 3d.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia, y al grupo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill por el tipografiado y las traducciones, a David Burleigh por su publicación y a Simon Clifford por su ayuda con las grabaciones.

Referencias.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 y sigs.), en siete volúmenes.
- [2] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (Cambridge International Science Publishing, 2011).
- [3] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “ECE Theory Applied to H Bonding” (Academia de Ciencias de Serbia, 2010).
- [4] Kerry Pendergast, “The Life of Myron Evans” (Cambridge International Science Publishing, 2011).
- [5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis, 2007, traducido al castellano por Alex Hill, www.aias.us.)
- [6] Los portales de fuente abierta de la teoría ECE: www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net, www.webarchive.org.uk.
- [7] M .W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).
- [8] M .W. Evans, ed., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley, 2001, segunda edición, en tres volúmenes; M. W. Evans y S. Kielich, *ibid.*, primera edición, 1992, 1993, 1997, en tres volúmenes.
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002), en cinco volúmenes.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
- [11] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).
- [12] J. B. Marion y S. T. Thornton, “Classical Dynamics” (HBC College Publishing, Nueva

York, 1988, tercera edición).

[13] L. H. Ryder, “Quantum Field Theory” (Cambridge Univ. Press, 1996, segunda edición).

[14] P. W. Atkins, “Molecular Quantum Mechanics” (Oxford University Press, 1983, 2a ed.).

[15] E. Merzbacher, “Quantum Mechanics” (Wiley, 1970, segunda edición).