ECE –Modelo de Ingeniería

Bases para Aplicaciones Electromagnéticas y Mecánicas

Horst Eckardt, AIAS

Traducción: Ing. Alex Hill, ET3M, www.et3m.net

Version 2.21, 27.7.2008

Ecuaciones de Campo ECE

- Ecuaciones de campo en su forma tensorial

$$\partial_\mu F^{a\mu\nu} = \frac{1}{\varepsilon_0} j^{a\nu}$$

$$\partial_\mu \widetilde{F}^{a\mu\nu} = \mu_0 J^{a\nu}$$

- Donde
  - F: tensor de campo electromagnético, su dual de Hodge, ver más adelante
  - J: densidad de corriente de carga
  - j: „densidad de corriente homogénea“ „corriente magnética“
  - a: índice de polarización
  - μ,ν: índices del espaciotiempo (t,x,y,z)

Propiedades de Ecuaciones de Campo

- J no es necesariamente corriente externa; se define por entero por propiedades del espaciotiempo
- j sólo ocurre si el electromagnetismo está influido por la gravitación, de lo contrario =0
- El Índice de Polarización „a“ puede omitirse si el espacio tangente se define igual al espacio de la variedad base (asumido a partir de aquí)

Tensor de Campo Electromagnético

- F y F~ son tensores antisimétricos, relacionados con componentes vectoriales de campos electromagnéticos.

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -cB^3 & cB^2 \\ E^2 & cB^3 & 0 & -cB^1 \\ E^3 & -cB^2 & cB^1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{F}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -cB^1 & -cB^2 & -cB^3 \\ cB^1 & 0 & -E^3 & E^2 \\ cB^2 & E^3 & 0 & -E^1 \\ cB^3 & -E^2 & E^1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ecuaciones de Campo ECE – Forma Vectorial

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \rho_{eh} = \rho_{eh}'$$ Ley de Gauss

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j}_{eh} = \mathbf{j}_{eh}'$$ Ley de Inducción de Faraday

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$ Ley de Coulomb

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}_e$$ Ley de Ampère-Maxwell

Ecuaciones „Materiales“

$$\mathbf{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E}$$ Desplazamiento Dieléctrico

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$$ Inducción Magnética

Relaciones Campo-Potencial

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi - \omega_0 \mathbf{A} + \boldsymbol{\omega} \Phi$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$$

Conexiones entre Potenciales y Espín

$\mathbf{A}$: Potencial vectorial
Φ: Potencial escalar
$\boldsymbol{\omega}$: Conexión vector-espín
ω_0: Conexión escalar-espín

Unidades Físicas

$$[\mathbf{E}] = \frac{V}{m}$$

$$[\mathbf{B}] = T = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{N}{A \cdot m}$$

$$[\mathbf{D}] = \frac{C}{m^2}, \quad [\mathbf{H}] = \frac{A}{m}$$

$$[\Phi] = V$$

$$[\mathbf{A}] = \frac{Vs}{m}$$

$$[\omega_0] = \frac{1}{s}$$

$$[\boldsymbol{\omega}] = \frac{1}{m}$$

Densidad de Carga/Corriente

$$[\rho_e] = C / m^3$$

$$[\mathbf{J}_e] = A / m^2 = C / (m^2 s)$$

Densidad „Magnética“/Corriente

$$[\rho_{eh}] = \frac{A}{m^2} \qquad [\rho_{eh}'] = \frac{Vs}{m^3}$$

$$[\mathbf{j}_{eh}] = \frac{A}{ms} \qquad [\mathbf{j}_{eh}'] = \frac{V}{m^2}$$

Ecuaciones de Campo ECE en términos de Potencial

Ley de Gauss:

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}) = 0$$

Ley de Inducción de Faraday:

$$-\nabla \times (\omega_0 \mathbf{A}) + \nabla \times (\boldsymbol{\omega}\Phi) - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0$$

Ley de Coulomb:

$$-\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \cdot (\omega_0 \mathbf{A}) - \Delta\Phi + \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega}\Phi) = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$

Ley de Ampère-Maxwell:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A} - \nabla \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A})$$

$$+ \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \omega_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \omega_0}{\partial t}\mathbf{A} + \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t}\Phi \right) = \mu_0 \mathbf{J}_e$$

Ecuaciones de Campo ECE – Caso Estático

Ley de Gauss:

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}) = 0$$

Ley de Inducción de Faraday:

$$-\nabla \times (\omega_0 \mathbf{A}) + \nabla \times (\boldsymbol{\omega} \Phi) = 0$$

Ley de Coulomb:

$$-\nabla \cdot (\omega_0 \mathbf{A}) - \Delta \Phi + \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \Phi) = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$

Ley de Ampère-Maxwell:

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A} - \nabla \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}) = \mu_0 \mathbf{J}_e$$

Ecuaciones de Campo ECE–
Caso Eléctrico Puro

Ley de Gauss:

– – –

Ley de Inducción de Faraday:

$$\nabla \times (\boldsymbol{\omega}\Phi) = 0$$

Ley de Coulomb:

$$-\Delta\Phi + \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega}\Phi) = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$

Ley de Ampère-Maxwell:

$$\frac{1}{c^2}\left(\nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \boldsymbol{\omega}\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t}\Phi\right) = \mu_0 \mathbf{J}_e$$

Ecuaciones de Campo ECE – Caso Magnético Puro

Ley de Gauss:

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}) = 0$$

Ley de Inducción de Faraday :

$$-\nabla \times \omega_0 \mathbf{A} - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0$$

Ley de Coulomb:

$$-\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \cdot (\omega_0 \mathbf{A}) = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$$

Ley de Ampère-Maxwell:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A} - \nabla \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A})$$
$$+ \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \omega_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \omega_0}{\partial t} \mathbf{A}\right) = \mu_0 \mathbf{J}_e$$

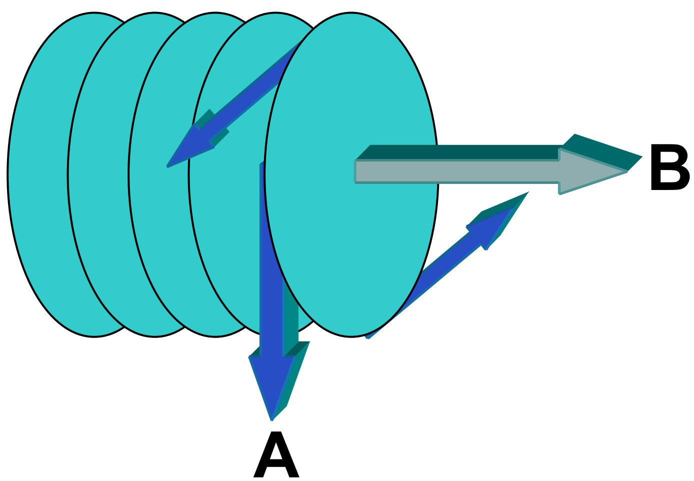
Propiedades de las Ecuaciones de ECE

- Las ecuaciones de ECE en representación potencial determinan un sistema de ecuaciones bien definido (8 ecuaciones con 8 incógnitas)
- Hay mucho más estructura en ECE que en teoría tradicional (Maxwell-Heaviside)
- No hay libertad de gauge en teoría de ECE
- En representación de potencial, la Ley de Gauss y de Faraday no tienen sentido en teoría tradicional (ver campos sombreados)
- Las estructuras resonantes (oscilaciones autoreforzantes) son posibles en las leyes de Coulomb y Ampère-Maxwell

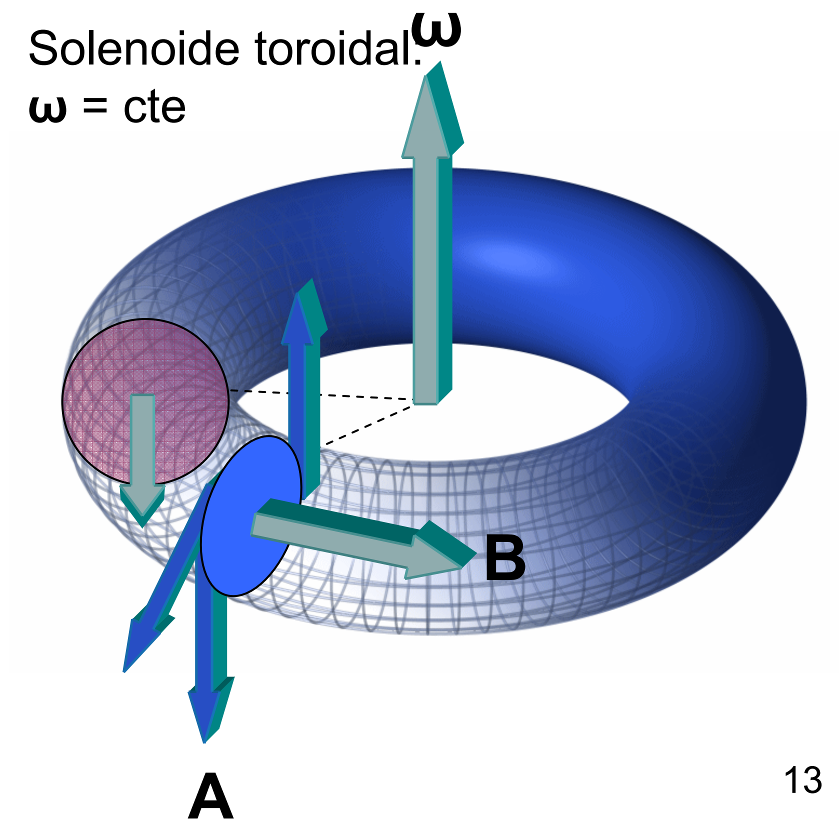
Ejemplos de Conexión de Espín Vectorial

La conexión de espín vectorial ω representa la rotación del plano del potencial A

Solenoide lineal:
ω = 0



Solenoide toroidal:
ω = cte



Ecuaciones de Campo ECE de la Dinámica

$$\nabla \cdot \mathbf{h} = 4\pi G \rho_{mh} = 0$$ (Equivalente de la Ley de Gauss

$$\nabla \times \mathbf{g} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = \alpha_0 \mathbf{j}_{mh} = 0$$ Ley Gravito-magnética

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = 4\pi G \rho_m$$ Ley de Newton(Eciación de Poisson)

$$\nabla \times \mathbf{h} - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \alpha_0 \mathbf{J}_m$$ (Equivalente de Ley de Ampère-Maxwell)

En el modelo tradicional sólo se conoce la Ley de Newton.

Campos, Corrientes y Constantes

Campos y Corrientes

g: aceleración de la gravedad

ρ_m: densidad de masa

J_m: corriente de masa

h: campo gravito-magnético

ρ_{mh}: dens.de masa gravito-magn.

j_{mh}: dens. de corr. gravito-magn.

Constantes

G: Constante gravitacional de Newton

$\alpha_0=4\pi G/c$: nueva constante física, por verif. experimentalmente

c: veloc. de la luz en el vacío, requerida p/unidad fís. correctas

Ecuaciones de Fuerza

$\mathbf{F} = m\mathbf{g}$	Ley de Fuerza Newtoniana
$\mathbf{F} = E_0\mathbf{T}$	Ley de Fuerza Torsional
$\mathbf{F}_{\mathrm{L}} = mc\mathbf{v}\times\mathbf{h}$	Ley de Fuerza de Lorentz
$\mathbf{M} = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \mathbf{\Omega}\times\mathbf{L}$	Ley de Momento Torsional

Cantidades físicas y unidades

F [N]	Fuerza
M [Nm]	Momento torsional
T [1/m]	Torsión
g, h [m/s^2]	Aceleración
m [kg]	Masa
v [m/s]	Velocidad de Masa
E_0=mc^2 [J]	Energy de reposo
Ω [1/s]	Vector eje rotación
L [Nms]	Momento angular

Relaciones Campo-Potencial

$$\mathbf{g} = -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} - \nabla \Phi - \omega_0 \mathbf{Q} + \boldsymbol{\omega} \Phi$$

$$\mathbf{h} = c \nabla \times \mathbf{Q} - c \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}$$

Potenciales y Conexiones de Espín

$\mathbf{Q}$=c$\mathbf{q}$: Potencial vectorial
Φ: Potencial escalar
$\boldsymbol{\omega}$: Conexión de espín vectorial
ω_0: Conexión de espín escalar

Unidades Físicas

Campos

$$[\mathbf{g}] = \frac{m}{s^2}$$

$$[\mathbf{h}] = \frac{m}{s^2}$$

Potenciales

$$[\Phi] = \frac{m^2}{s^2}$$

$$[\mathbf{Q}] = \frac{m}{s}$$

Conexiones de Espín

$$[\omega_0] = \frac{1}{s}$$

$$[\boldsymbol{\omega}] = \frac{1}{m}$$

Constantes

$$[G] = \frac{m^3}{kg\, s^2}$$

$$[\alpha_0] = \frac{m^2}{kgs}$$

Densidad/Corriente Másica

$$[\rho_m] = \frac{kg}{m^3}$$

$$[J_m] = \frac{kg}{m^2 s}$$

Densidad/Corriente„Gravito-magnética“

$$[\rho_{mh}] = \frac{kg}{m^3}$$

$$[j_m] = \frac{kg}{m^2 s}$$

Propiedades de las Ecuaciones ECE de Dinámica

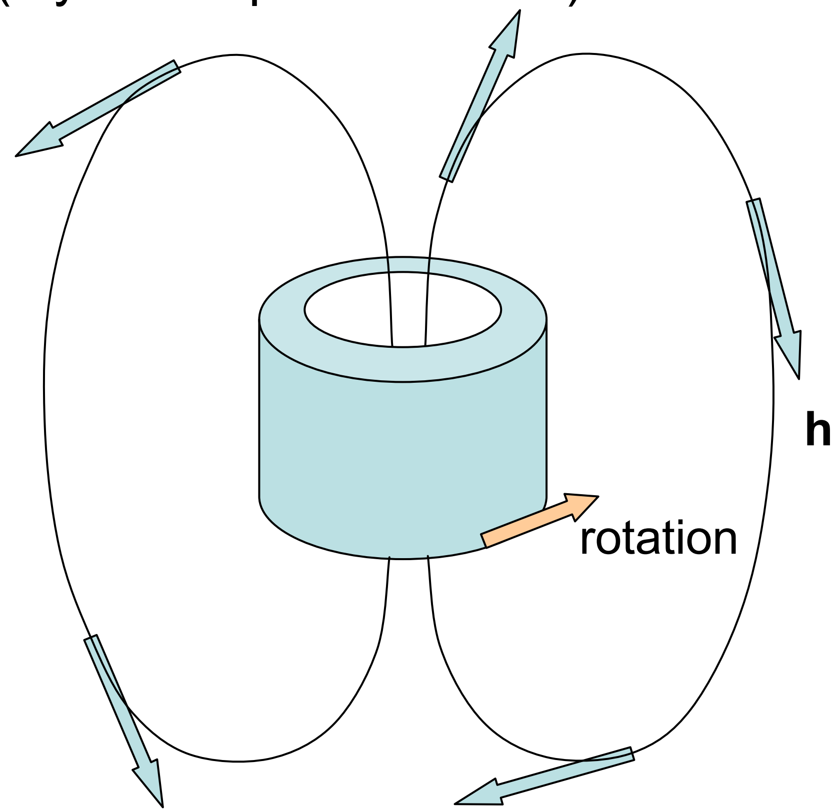
- Totalmente análogo al caso electrodinámico
- En mecánica clásica sólo se conoce la ley de Newton
- La ley gravito-magnética sólo se conoce en forma experimental (experimento de ESA)
- Hay 2 campos de aceleración, **g** y **h**, pero hoy día sólo se conoce a **g**
- **h** es un campo de momento angular y se mide en m/s^2 (unidades elegidas igual que **g**)
- Resonancia de conexión de espín es posible como en el caso electromagnético
- La corriente gravito-magnética sólo ocurre en caso de acoplamiento entre movimiento traslacional y rotacional

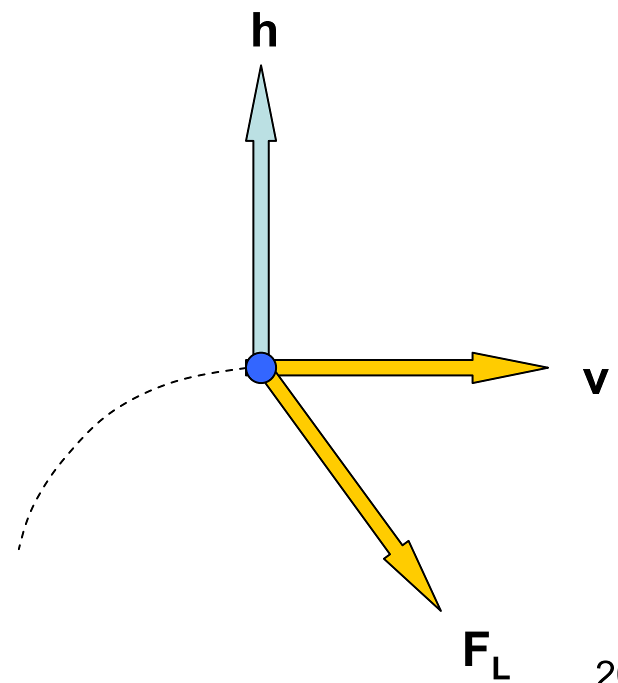
Ejemplos de Dinámica ECE

Realización de campo gravito-magnético **h** por un cilindro másico en rotación (ley de Ampere-Maxwell)

Detección de campo **h** por fuerza de Lorentz mecánica $\mathbf{F}_L$

v: velocidad de masa m





Polarización y Magnetización

Electromagnetismo

P: Polarización
M: Magnetización

$$D = \varepsilon_0 E + P$$

$$[P] = \frac{C}{m^2}$$

$$B = \mu_0 (H + M)$$

$$[M] = \frac{A}{m}$$

Dinámica

p_m: polarización másica
m_m:magnetización másica

$$g = g_0 + p_m$$

$$[p_m] = \frac{m}{s^2}$$

$$h = h_0 + m_m$$

$$[m_m] = \frac{m}{s^2}$$

Nota: Las definiciones de p_m y m_m, comparadas con g y h, difieren de la analogía electrodinámica respecto de constantes y unidades.

Ecuaciones de Campo para Materia Polarizable/Magnetizable

Electromagnetismo

D: desplazamiento eléctrico
H: campo magnético (puro)

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}_e$$

Dinámica

g_P: desplazamiento mecánico
h_0: campo gravito-magnético (puro)

$$\nabla \cdot \mathbf{h}_0 = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{g}_0 + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{h}_0}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = 4\pi G \rho_m$$

$$\nabla \times \mathbf{h} - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \frac{4\pi \mathrm{G}}{c}\mathbf{J}_m$$