DEMOSTRACION DEFINITIVA 1

Este es un ejercicio a nivel estudiantil en geometría de Riemann, de manera que en el futuro ya no vaya a ser necesario repetir esta demostración definitiva.

Por definición, el conmutador de derivadas covariantes es antisimétrico en sus índices:

$$[D_\mu, D_\nu] = - [D_\nu, D_\mu] = D_\mu D_\nu - D_\nu D_\mu \quad (1)$$

Así:

$$[D_\mu, D_\nu] = \hat{O} \quad \text{si} \quad \mu = \nu \quad (2)$$

Su acción sobre el vector V^ρ para cualquier número de dimensiones y en cualquier espaciotiempo, es:

$$[D_\mu, D_\nu]\ V^\rho = R^\rho_{\sigma\mu\rho}\ V^\sigma - T^\lambda_{\mu\nu}\ D_\lambda\ V^\rho \quad (3)$$

donde el tensor de torsión es:

$$T^\lambda_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \quad (4)$$

A partir de la antisimetría del conmutador (ec. (1)):

$$T^\lambda_{\mu\nu} = - T^\lambda_{\nu\mu} \quad (5)$$

y en consecuencia:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = - \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \quad (6)$$

Q.E.D. La conexión desde la ecuación (3) es antisimétrica. El error catastrófico y fundamental en el modelo generalmente aceptado durante el siglo veinte fue el afirmar que la torsión es igual a cero. Esto significa, a partir de la ecuación (4), que se supuso incorrectamente que la conexión era simétrica para facilitar los cálculos. Esto significa, a partir de la ecuación (2):

$$\hat{O}\, V^{\rho} = O\, V^{\sigma} - O\, D_{\lambda}\, V^{\rho} \qquad (7)$$

donde: $$V^{\rho} \neq 0 \quad , \quad D_{\lambda}\, V^{\rho} \neq 0 \qquad (8)$$

Una conexión simétrica significa que el modelo generalmente aceptado de la física gravitacional se ha tornado obsoleto, ya que la curvatura y la torsión desaparecen, y el campo gravitacional es siempre igual a cero, lo cual se torna un absurdo.

Los siguientes diagramas enfatizan la colocación de los índices antisimétricos. En el primer diagrama la antisimetría de la conexión queda determinada por el primer término del lado derecho. En el segundo diagrama se presenta la ecuación incorrecta del modelo generalmente aceptado. Puede verse que en el modelo generalmente aceptado sólo puede determinarse la antisimetría del tensor de Riemann en sus últimos dos índices, y no hay nada que determine la antisimetría correcta de la conexión.

$$[D_{\mu}, D_{\nu}]\, V^{\rho} = (\, D_{\mu} D_{\nu} - D_{\nu} D_{\mu}\,)\, .V^{\rho}$$

$$= -\,(\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu})\, D_{\lambda}\, V^{\rho} + (\, \partial_{\mu}\, \Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\, \Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma})\, .V^{\sigma} \qquad (\mathrm{I})$$

$$[D_{\mu}, D_{\nu}]\, V^{\rho} = ?\ (\, \partial_{\mu}\, \Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\, \Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma})\, .V^{\sigma} \qquad (\mathrm{II})$$

Por cada conexión que aparece en el tensor de curvatura:

$$[D_{\mu}, D_{\nu}]\, V^{\rho} = -\, T^{\lambda}_{\mu\nu} D_{\lambda}\, V^{\rho} + \ldots \ ; \ \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = -\, \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu}$$

$$[D_{\mu}, D_{\sigma}]\, V^{\rho} = -\, T^{\lambda}_{\mu\sigma} D_{\lambda}\, V^{\rho} + \ldots \ ; \ \Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} = -\, \Gamma^{\lambda}_{\sigma\mu}$$

$$[D_\nu, D_\sigma]\, V^\rho = - T^\lambda_{\nu\sigma} D_\lambda\, V^\rho + \dots \;;\; \Gamma^\lambda_{\nu\sigma} = - \Gamma^\lambda_{\sigma\nu}$$

$$[D_\mu,\, D_\lambda]\, V^\rho = - T^\kappa_{\mu\lambda} D_\kappa\, V^\rho + \dots \;;\; \Gamma^\kappa_{\mu\lambda} = - \Gamma^\kappa_{\lambda\mu}$$

Todas las conexiones son antisimétricas. Si alguna de ellas es simétrica, desaparece el conmutador, y tanto la torsión como la curvatura serían iguales a cero. Análogamente,

$$[D_\rho , D_\sigma]\, X^{\mu_1 \cdots \mu_\kappa}_{\nu_1 \dots \nu_l} = - T^\lambda_{\rho\sigma} D_\lambda\, X^{\mu_1 \cdots \mu_\kappa}_{\nu_1 \dots \nu_l} + \dots$$

donde X es el tensor de cualquier rango.